

**Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd**

Studiengang: Bachelor Lehramt Grundschule PO 2015

Fach: Mathematik

Semester: Wintersemester 2022/23

## **BACHELORARBEIT**

---

### **Einsatz der App „Klipp Klapp“ mit Drittklässlern – Eine qualitative Studie zum Nutzungsverhalten**

---

1. Prüferin: Prof. Dr. Silke Ladel

2. Prüfer: Lukas Hieber

Ort und Datum der Abgabe: Schwäbisch Gmünd, den 11.04.2023

## **1 Zusammenfassung**

Das räumliche Vorstellungsvermögen hält eine große Bedeutung für viele Bereiche der alltäglichen Lebensbewältigung, dem Berufserfolg und arithmetischen Lerninhalten inne. Um diese zentrale Fähigkeit im Geometrieunterricht der Grundschule auszubilden, können die Potentiale digitaler Medien genutzt werden, um physische Materialien zu ergänzen. Wie genau diese zweidimensionalen, virtuellen Medien das dreidimensionale Raumvorstellungsvermögen fördern können, soll mit Hilfe des Verinnerlichungsprozesses nach Aebli (1983) geklärt werden.

Daraufhin soll auf Grundlage des ACAT-Review Guide die App „Klipp Klapp“ genauer analysiert werden. Im Anschluss werden im Rahmen einer qualitativen Untersuchung mit Drittklässlern die zur Lösung verwendeten Interaktionsmöglichkeiten näher erforscht.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zusammenfassung</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Abbildungs- und Tabellenverzeichnis</b> .....	<b>4</b>
<b>2.1</b>	<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>4</b>
<b>2.2</b>	<b>Tabellenverzeichnis</b> .....	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Theorieteil</b> .....	<b>8</b>
<b>4.1</b>	<b>Bedeutung des räumlichen Vorstellungsvermögens</b> .....	<b>8</b>
<b>4.2</b>	<b>Begriffsdefinition</b> .....	<b>10</b>
<b>4.3</b>	<b>Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens</b> .....	<b>11</b>
4.3.1	<i>Räumliche Beziehungen</i> .....	11
4.3.2	<i>Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung</i> .....	11
4.3.3	<i>Räumliche Orientierung</i> .....	12
4.3.4	<i>Räumliche Wahrnehmung</i> .....	12
4.3.5	<i>Vorstellungsfähigkeit von Rotation</i> .....	13
4.3.6	<i>Einordnung der Teilkomponenten</i> .....	13
<b>4.4</b>	<b>Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule</b> .....	<b>14</b>
4.4.1	<i>Trainierbarkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens</i> .....	14
4.4.2	<i>Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz</i> .....	15
4.4.3	<i>Prozess der Verinnerlichung</i> .....	16
<b>4.5</b>	<b>Würfelnetzumgebungen</b> .....	<b>17</b>
4.5.1	<i>Konkretes Handeln und Operieren mit verschiedenen Materialien</i> .....	18
4.5.2	<i>Erläuterung des eigenen Vorgehens anhand bildlicher Darstellungen</i> ..	20
4.5.3	<i>Erläuterung des eigenen Vorgehens anhand dynamischer, bildlicher Darstellungen</i> .....	24
4.5.4	<i>Wiedergeben der Handlung rein in der Vorstellung</i> .....	30
<b>4.6</b>	<b>Die App „Klipp Klapp“ von Heiko Etzold</b> .....	<b>32</b>
4.6.1	<i>Was ist das mathematische Objekt der App?</i> .....	32
4.6.2	<i>Wie interagieren die Schüler:innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?</i> .....	34
4.6.3	<i>Wie entwickelt sich die Interaktion?</i> .....	38
4.6.4	<i>Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objekts geeignet?</i> 39	
4.6.5	<i>Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?</i> .....	40

<b>5</b>	<b>Empirischer Teil</b> .....	43
<b>5.1</b>	<b>Motivation für die Erprobung der App</b> .....	43
<b>5.2</b>	<b>Ziel der Untersuchung</b> .....	43
5.2.1	<i>Forschungsfrage</i> .....	44
5.2.2	<i>Unterfragen</i> .....	44
<b>5.3</b>	<b>Konzeption der Untersuchung</b> .....	44
<b>5.4</b>	<b>Aufbau und Ablauf der Untersuchung</b> .....	45
<b>5.5</b>	<b>Begründung der Auswahl der Kinder</b> .....	46
<b>5.5</b>	<b>Datenauswertung</b> .....	46
<b>5.6</b>	<b>Untersuchungsergebnisse</b> .....	48
5.6.1	<i>Welche Interaktionsmöglichkeiten werden genutzt?</i> .....	48
5.6.2	<i>Wann benutzen die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten?</i> .....	50
5.6.3	<i>Wann und in welcher Kombination verwenden die einzelnen Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten?</i> .....	54
5.6.4	<i>Sind Änderungen im Nutzungsverhalten erkennbar?</i> .....	61
<b>6</b>	<b>Fazit und Schlussfolgerungen</b> .....	69
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	73
<b>8</b>	<b>Anhang</b> .....	82
<b>8.1</b>	<b>Überblick über die Interaktionen, die in den einzelnen Aufgaben verwendet werden</b> .....	82
<b>8.2</b>	<b>Transkribierte Videos</b> .....	91
<b>8.3</b>	<b>Plagiatsprüfung mit Turnitin</b> .....	134
<b>9</b>	<b>Eidesstattliche Erklärung</b> .....	135

## 2 Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

### 2.1 Abbildungsverzeichnis

Abb. 1:	Räumliche Beziehungen in Würfelbauwerken erfassen (Beerbaum et al., 2014, S. 17).....	11
Abb. 2:	"Welche Figuren ergeben sich beim Ausschneiden?" (Klöpfer, 2016, S. 47) .....	12
Abb. 3:	Zuordnung verschiedener Ansichten zu einer gegebenen Situation (Becherer & Schulz, 2020, S. 28) .....	12
Abb. 4:	„Mental Rotation Test“ (Vandenberg & Kuse, 1978, S. 600) .....	13
Abb. 5:	Phasen des Verinnerlichungsprozesses nach Aebli (1983) (Ladel, 2019, S. 136) .....	16
Abb. 6:	Operieren an flachen Würfelnetzen (Betz et al., 2017, S. 61) .....	20
Abb. 7:	Gegenüberliegende Seiten gleich färben (Balins et al., 2016, S. 67).....	21
Abb. 8:	Aufgaben mit Würfelnetz und zusammengefaltetem Würfel (Becherer & Schulz, 2019, S. 31) .....	21
Abb. 9:	Räumliches Auffalten (Maier, 2016, S. 56) .....	21
Abb. 10:	Vier Abbildungen zeigen Faltvorgang vom Würfelnetz zum Würfel (Huhmann, 2011, S. 48).....	22
Abb. 11:	Der Necker-Würfel mit zwei möglichen Perspektiven (Ditzinger, 2013, S. 68 f.).....	23
Abb. 12:	Phasen des Verinnerlichungsprozesses erweitert durch dynamische Darstellungen (Ladel, 2019, S. 140) .....	25
Abb. 13:	Würfelnetzumgebung auf Mathematikus (Eichler, 2023) .....	28
Abb. 14:	Veranschaulichung des Zusammen- und Auseinanderfaltens des Würfels (Eichler, 2023) .....	29
Abb. 15:	Verschiedene Verwendungsmöglichkeiten der App „Shapes 3D – Geometrie lernen“ .....	30
Abb. 16:	Erste Lernumgebung der App „Klipp Klapp“ .....	35
Abb. 17:	Zweite Lernumgebung der App „Klipp Klapp“ .....	36
Abb. 18:	Dritte Lernumgebung der App „Klipp Klapp“ .....	37
Abb. 19:	Bearbeitung Kind 1 Netz 4 (eigenes Material) .....	54
Abb. 20:	Bearbeitung Kind 1 Netz 2 (eigenes Material) .....	55
Abb. 21:	Bearbeitung Kind 2 Netz 47 (eigenes Material) .....	55
Abb. 22:	Bearbeitung Kind 3 Netz 90 (eigenes Material) .....	56
Abb. 23:	Bearbeitung Kind 3 Netz 110 (eigenes Material) .....	56
Abb. 24:	Bearbeitung Kind 4 Netz 124 (eigenes Material) .....	56
Abb. 25:	Bearbeitung Kind 4 Netz 127 (eigenes Material) .....	57
Abb. 26:	Bearbeitung Kind 1 Netz 14 (eigenes Material) .....	57
Abb. 27:	Bearbeitung Kind 2 Netz 54 (eigenes Material) .....	58
Abb. 28:	Bearbeitung Kind 2 Netz 68 (eigenes Material) .....	58
Abb. 29:	Bearbeitung Kind 3 Netz 97 (eigenes Material) .....	58

Abb. 30:	Bearbeitung Kind 4 Netz 139 (eigenes Material) .....	58
Abb. 31:	Bearbeitung Kind 4 Netz 149 (eigenes Material) .....	58
Abb. 32:	Bearbeitung Kind 1 Netz 19 (eigenes Material) .....	59
Abb. 33:	Bearbeitung Kind 2 Netz 59 (eigenes Material) .....	60
Abb. 34:	Bearbeitung Kind 3 Netz 98 (eigenes Material) .....	60
Abb. 35:	Bearbeitung Kind 4 Netz 143 (eigenes Material) .....	61
Abb. 36:	Bearbeitung Kind 4 Netz 124 (eigenes Material) .....	65
Abb. 37:	Bearbeitung Kind 4 Netz 127 (eigenes Material) .....	65
Abb. 38:	Bearbeitung Kind 4 Netz 129 (eigenes Material) .....	65
Abb. 39:	Bearbeitung Kind 4 Netz 136 (eigenes Material) .....	65
Abb. 40:	Bearbeitung Kind 4 Netz 144 (eigenes Material) .....	66

## 2.2 Tabellenverzeichnis

Tab. 1:	Die Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens (Maier, 1999, S. 52) .....	13
Tab. 2:	Reine Kopfgeometrie (Senftleben, 1996, S. 54) .....	31
Tab. 3:	Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in den Phasen I und III (Senftleben, 1996, S. 55) .....	31
Tab. 4:	Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten .....	48
Tab. 5:	Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten in Teilumgebung 1 .....	48
Tab. 6:	Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten in Teilumgebung 2 .....	49
Tab. 7:	Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten in Teilumgebung 3 .....	49
Tab. 8:	Häufigkeiten der Benutzung des Schiebereglers in den verschiedenen Teilumgebungen .....	51
Tab. 9:	Häufigkeiten der Benutzung des Drehens in den verschiedenen Teilumgebungen .....	52
Tab. 10:	Häufigkeiten der Benutzung des Zoomens in den verschiedenen Teilumgebungen .....	53
Tab. 11:	Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 1 (eigene Darstellung) .....	62
Tab. 12:	Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 2 (eigene Darstellung) .....	62
Tab. 13:	Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 3 (eigene Darstellung) .....	63
Tab. 14:	Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 4 (eigene Darstellung) .....	63

### 3 Einleitung

Das räumliche Vorstellungsvermögen ist aus vielerlei Gründen wichtig. So spielt es für die alltägliche Lebensbewältigung eine große Rolle, um beispielsweise Entfernungen anderer Verkehrsteilnehmer einschätzen zu können (Kosslyn, 1955). Zudem stellt es einen entscheidenden Faktor für den Berufserfolg dar (Wai, Lubinski & Benbow, 2009). Darüber hinaus bildet das räumliche Vorstellungsvermögen eine wichtige Grundlage für arithmetische Lerninhalte (Lorenz, 1991).

Das Konstrukt des räumlichen Vorstellungsvermögens kann in verschiedene Komponenten eingeteilt werden. Zu diesen gehören räumliche Beziehungen, Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung, räumliche Orientierung, räumliche Wahrnehmung und die Vorstellungsfähigkeit von Rotation (Maier, 1999).

Studien zeigen, dass räumlich-visuelle Fähigkeiten trainiert werden können (Uttal et al., 2013). Da das räumliche Vorstellungsvermögen eine zentrale Bedeutung aufweist, sollten alle Möglichkeiten genutzt werden, diese wichtige Fähigkeit zu entwickeln. Die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens ist dabei in den Bildungsstandards des Faches Mathematik verankert (Kultusministerkonferenz [KMK], 2005).

Für den Unterricht in der Primarstufe eignen sich dabei besonders Würfelnetze als zentrale Objekte, um das räumliche Vorstellungsvermögen zu fördern (Kuzle & Etzold, 2017). Bei der Thematisierung im Unterricht wird oft zu schnell zur Kopfgeometrie übergegangen. Gründe hierfür liegen darin, dass Schulen meist nur über wenige physische Materialien verfügen. Des Weiteren fällt bei selbst hergestellten Materialien der mathematische Kompetenzzuwachs im Vergleich zu der dafür benötigten Zeit gering aus. (Ladel, 2019)

Digitale Medien könnten an dieser Stelle möglicherweise helfen, zeitaufwändige Tätigkeiten zu vermeiden. Während die Lebenswelt einen dreidimensionalen Raum darstellt, können Objekte auf einem digitalen Medium nur im Zweidimensionalen abgebildet werden. Folglich stellt sich an dieser Stelle die zentrale Frage, ob die auf dem Tablet installierten Apps das räumliche Vorstellungsvermögen überhaupt fördern können (Kuzle & Etzold, 2017).

Ein großes Potential, um das räumliche Vorstellungsvermögen spielerisch zu fördern, weist die App „Klipp Klapp“<sup>1</sup> auf, die von Heiko Etzold im Rahmen des Projekts „Digitales Lernen Grundschule“ entwickelt wurde (Digitales Lernen Grundschule Universität Potsdam, 2021). Diese soll genauer analysiert und anschließend in einer dritten Klasse erprobt werden.

Im theoretischen Teil soll dafür zunächst die Bedeutung des räumlichen Vorstellungsvermögens geklärt werden. Anschließend soll der Begriff des räumlichen Vorstellungsvermögens und deren Teilkomponenten genauer beschrieben werden. Darauffolgend wird auf die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens eingegangen. Darunter fallen die Unterpunkte der Trainierbarkeit, der Bezug zum Bildungsplan und der Prozess der Verinnerlichung (Aebli, 1983). Angelehnt an die Phasen der Verinnerlichung (ebd.) sollen Würfelnetzumgebungen im Mathematikunterricht der Grundschule näher analysiert werden. Dabei wird sowohl auf physische als auch auf virtuelle, didaktische Materialien eingegangen. Weiterhin soll die App „Klipp Klapp“ mithilfe des ACAT-Review Guide (nach Etzold, Kortenkamp, & Ladel, 2018) theoriegebunden auf den mathematischen Inhalt, die Interaktionsmöglichkeiten der Schüler:innen, die Eignung zur Vermittlung des mathematischen Objekts und den Einsatz im Unterricht beurteilt werden. Die anschließend durchgeführte qualitative Studie soll untersuchen, wie die Schüler:innen die in der App vorhandenen Interaktionsmöglichkeiten mit dem mathematischen Objekt tatsächlich nutzen.

---

<sup>1</sup> Die App ist kostenlos für iOS im App-Store erhältlich unter <https://apps.apple.com/de/app/klipp-klapp/id1157365733>

## 4 Theorieteil

### 4.1 Bedeutung des räumlichen Vorstellungsvermögens

„Die Wahrnehmung des uns umgebenden dreidimensionalen Raumes und die Fähigkeit sich im Raum zu orientieren oder mit räumlichen Begebenheiten gedanklich zu operieren, sind menschliche Qualifikationen von lebenspraktischer Bedeutung“ (Franke & Reinhold, 2016, S.39).

Die Kompetenz des räumlichen Vorstellungsvermögens bestimmt nachhaltig die Interaktionen mit der alltäglichen Lebenswelt. Darunter fallen tägliche Routineaufgaben wie das Anziehen, die Körperpflege und die Nahrungsaufnahme (Maier, 1999). Auch beim Beladen eines Kofferraumes sind räumlich-visuelle Fähigkeiten zentral, um die zu transportierenden Gegenstände effektiv stapeln zu können. Des Weiteren wird Raumvorstellung im Straßenverkehr benötigt, um sich räumliche Veränderungen vorstellen zu können. Für die sichere Überquerung einer Straße müssen Fußgänger:innen beispielsweise voraussehen können, ob das von der Seite heranfahrende Fahrrad den eigenen Fußweg überschneidet (Kosslyn, 1995).

Räumlich-visuelle Fähigkeiten werden in der modernen technologisierten Welt immer wichtiger (Maresch, 2021). Montello, Grossner und Janelle (2014) konnten durch die Auswertung großer gesellschaftlicher Veränderungen seit dem Jahr 2000 eine kontinuierliche digitale, visuelle und datengestützte Weiterentwicklung feststellen. So sind zunehmend immer mehr Bereiche des privaten und beruflichen Lebens von visuellen Informationen und damit einhergehend erhöhten Anforderungen geprägt. Diese erfordern räumlich-visuelle Fähigkeiten. So können damit visuelle Anzeigen geprüft, kodiert, umgewandelt und konstruiert werden (Kirby & Boulter, 1999). Daraufhin kann eine Entscheidung getroffen werden. Beispielsweise müssen beim Navigationssystem die dargestellten Objekte richtig gedeutet werden, um die richtige Route fahren zu können. (Maresch, 2021)

Das Raumvorstellungsvermögen stellt zudem eine Komponente der menschlichen Intelligenz dar (Franke & Reinhold, 2016). Hier kann beispielsweise das *Modell mehrerer gemeinsamer Faktoren* nach Louis Leon Thurstone in Betracht gezogen werden (Preckel & Brüll, 2008). Dieses beschreibt die Intelligenz durch

sieben Primärfaktoren. Der Faktor S („space“) beschreibt hierbei die Fähigkeit zur Raumvorstellung (Thurstone, 1938).

Häufig wird die Raumvorstellung in Berufseinstellungstests geprüft, da sie in vielen Bereichen als Indikator für die Berufserfolgsprognose zählt (Maier, 1999). Besonders im MINT-Bereich (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik) zählt ein ausgeprägtes räumliches Vorstellungsvermögen als eine entscheidende Schlüsselqualifikation für die berufliche Karriere (Wai, Lubinski & Benbow, 2009). Aber auch für eine effizient geplante Zeiteinteilung können räumlich-visuelle Fähigkeiten genutzt werden, um verschiedene Termine und Zeitfenster als Päckchen zu bündeln und anschließend im Terminkalender sinnvoll einzuordnen (vgl. Eichler & Eichler, 2019).

Zudem hält das räumliche Vorstellungsvermögen für viele verschiedene Bereiche des schulischen Lernens eine bedeutende Funktion inne. Im Mathematikunterricht ist das räumliche Vorstellungsvermögen eine zentrale Fähigkeit, die vor allem im Geometrieunterricht benötigt und ausgebildet wird. So stellt die Förderung der Raumvorstellung eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts in der Grundschule dar (Franke & Reinhold, 2016).

Darüber hinaus ist die Korrelation zwischen dem räumlichen Vorstellungsvermögen und der allgemeinen Mathematikleistung belegt (Lowrie et al., 2017). Hubbard et al. (2005) konnten im Rahmen ihrer Studie auf Grundlage bildgebender Untersuchungen des Gehirns folgern, dass beim Lösen räumlicher und numerischer Aufgaben ähnliche Bereiche im Gehirn aktiviert werden. Auch Lorenz (1991) stellt den Zusammenhang zwischen der Rechenleistung und der Fähigkeit zu mentalem, visuellem Operieren heraus. Dies begründet er (ebd.) darin, dass Zahlen und Operationen durch bildhaft vorgestellte räumliche Beziehungen repräsentiert sind. So ist die Einordnung einer Zahl auf dem mentalen Zahlenstrahl eine zentrale Kompetenz, die nur mit einer guten Raumvorstellung erfüllt werden kann (Graß, 2004). Diese Fähigkeit wird beispielsweise bei der Anwendung von Rechenstrategien für den Rechenrichtungswechsel benötigt (Ladel, 2019). Die Strategien „vor-zurück“ und „zurück-vor“ können (Padberg, 2009) nur richtig vollzogen werden, wenn die Schüler:innen sich vorstellen können, ob sie am Ende subtrahieren oder addieren müssen.

Im Anfangsunterricht der Grundschule wird häufig der Zahlenraum bis 20 verlassen, ohne dass sich tragfähige Repräsentationen bei den Schüler:innen gebildet haben (Lorenz, 1991). In diesen früh erworbenen defizitären Repräsentationen numerischer Größen und Zahlen liegen meist die Ursachen von Rechenschwierigkeiten (Geary, 2013).

Im Folgenden wird der Frage nachgegangen, was unter räumlichem Vorstellungsvermögen genau zu verstehen ist.

#### **4.2 Begriffsdefinition**

Maier (1999) beschäftigte sich anlässlich seiner Dissertation ausführlich mit dem Begriff der Raumvorstellung. In Anlehnung an Wölpert (1983, S. 9) beschreibt er (1999, S. 14) diese als „die Fähigkeit, in der *Vorstellung* räumlich zu sehen und räumlich zu denken“. Die Sinneseindrücke werden zunächst gedanklich verarbeitet. Dabei entstehen Vorstellungsbilder, die auch ohne die realen Objekte bestehen. Ein aktiver Umgang mit diesen Vorstellungsbildern ermöglicht dabei das mentale Umordnen und die Entwicklung neuer Bilder (ebd.).

Auch Linn und Petersen (1985) beschreiben räumliches Vorstellungsvermögen als mentalen Prozess, um räumliche Bilder wahrzunehmen, zu speichern, abzurufen, zu erstellen, zu bearbeiten und darüber zu kommunizieren. Rost (1977, S. 9) definiert Raumvorstellung dahingegen lediglich als „die Fähigkeit zum visuellen Operieren mit konkreten, sichtbaren oder vorgestellten Objekten.“

Das Konstrukt des räumlichen Vorstellungsvermögens hält verschiedene kognitive Leistungen inne. Um dieses Konstrukt überblicken und in der Schule strukturiert und effizient unterrichten zu können, ist es wichtig, die faktoranalytische Struktur zu erfassen. Die Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens können dabei nicht durch eine Terminologie einvernehmlich benannt werden (Gutiérrez, 1996). Im Rahmen dieser Arbeit werden die „fünf wesentlichen Komponenten räumlich-visueller Qualifikationen“ nach Maier (1999, S. 51) verwendet. Diese Komponenten sollen im Folgenden vorgestellt werden.

### 4.3 Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens

Maier (1999) fasst die Modelle von Thurstone (1950) und Linn und Petersen (1985) zu den „fünf wesentlichen Komponenten räumlich-visueller Qualifikationen“ (Maier, 1999, S. 51) zusammen:

- Räumliche Beziehungen
- Veranschaulichung oder Räumliche Visualisierung
- Räumliche Orientierung
- Räumliche Wahrnehmung
- Vorstellungsfähigkeit von Rotationen

Weitergehend sollen diese Komponenten näher beschrieben werden.

#### 4.3.1 Räumliche Beziehungen

Der Faktor  $S_1$  – die räumlichen Beziehungen – stellt die Fähigkeit dar, die Eigenschaften eines Objekts aus verschiedenen Perspektiven zu erkennen (Thurstone, 1950). Dieses beinhaltet vor allem „das richtige Erfassen räumlicher Konfigurationen und Teilen von ihnen und deren Beziehungen untereinander“ (Maier, 1999, S. 38, Hervorhebungen im Original). Eine mögliche Testaufgabe, kann die Interpretation von Bauplänen zu Würfelbauwerken darstellen (vgl. Abb. 1).

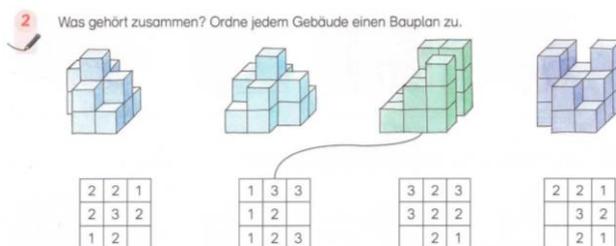


Abb. 1: Räumliche Beziehungen in Würfelbauwerken erfassen (Beerbaum et al., 2014, S. 17)

#### 4.3.2 Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung

Thurstone (1950) beschreibt den Faktor  $S_2$  (Veranschaulichung) als die Fähigkeit, sich Bewegungen oder Verschiebungen innerhalb eines Objekts oder der Teile seiner Anordnung vorzustellen. Diese gedankliche Veränderung der räumlichen Zusammenhänge innerhalb eines Objektes, werden beispielsweise beim „gedankliche[n] Zusammenfügen, Zerlegen oder Falten“ (Franke & Reinhold, 2016, S. 67) zum Ausdruck gebracht. Zudem beinhaltet die räumliche

Veranschaulichung die Vorstellung von Rotationen und räumlichen Verschiebungen (Maier, 1999). Ein Beispiel hierfür sind Faltschnitte (Franke & Reinhold, 2016). So sollen Kinder sich in Abb. 2 Schnitte und Faltungen vorstellen.

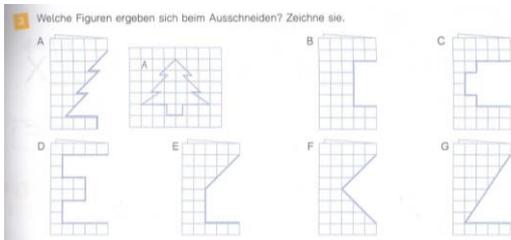


Abb. 2: "Welche Figuren ergeben sich beim Ausschneiden?" (Klöpfer, 2016, S. 47)

#### 4.3.3 Räumliche Orientierung

Der Faktor  $S_3$  (räumliche Orientierung) beschreibt die Fähigkeit, sich real oder mental im Raum zurechtzufinden. Dies erfordert die richtige „räumliche Einordnung der eigenen Person in eine räumliche Situation“ (Maier, 1999, S. 40). Beispielsweise könnte dazu eine Aufgabe so aussehen, wie in Abb. 3 dargestellt.



Abb. 3: Zuordnung verschiedener Ansichten zu einer gegebenen Situation (Becherer & Schulz, 2020, S. 28)

#### 4.3.4 Räumliche Wahrnehmung

Linn und Petersen (1985) beschreiben die räumliche Wahrnehmung als Fähigkeit, räumliche Verhältnisse in Bezug zu der Orientierung des eigenen Körpers zu erfassen. Maier (1999, S. 45) charakterisiert hierbei die „Fähigkeit zur Identifikation der Horizontalen und Vertikalen“. Eine mögliche Testform ist der „Rod and Frame Test“. Bei diesem müssen die Versuchspersonen einen Stab vertikal zu einem sich im 220 Grad Winkel befindenden Rahmen platzieren (Witkin et al., 1962).

#### 4.3.5 Vorstellungsfähigkeit von Rotation

Unter der Vorstellungsfähigkeit von Rotation verstehen Linn und Petersen (1985) die Fähigkeit, zwei- oder dreidimensionale Figuren schnell und exakt mental zu drehen. Als typische Aufgabe in dieser Dimension dient der „Mental Rotation Test“ (Abb. 4) von Vandenberg und Kuse (1978). Dieser wurde in Anlehnung an Shepard und Metzler (1971) weiterentwickelt (Franke & Reinhold, 2016).

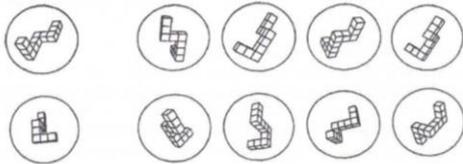


Abb. 4: „Mental Rotation Test“ (Vandenberg & Kuse, 1978, S. 600)

#### 4.3.6 Einordnung der Teilkomponenten

Mit der nachfolgenden Tabelle (Tab. 1) ermöglicht Maier (1999) einen Einblick in die bedeutenden Merkmale der Subfaktoren.

Standpunkt der Probanden	Dynamische Denkvorgänge	Statische Denkvorgänge
Person befindet sich außerhalb	Veranschaulichung	Räumliche Beziehungen
Person befindet sich innerhalb	Vorstellungsfähigkeit von Rotationen	Räumliche Wahrnehmung
	Räumliche Orientierung	Faktor K

Tab. 1: Die Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens (Maier, 1999, S. 52)

Maier (1999) unterscheidet hier die Standpunkte der Probanden. So befindet sich die Person bei der Aufgabenbearbeitung der Komponenten Veranschaulichung, räumliche Beziehungen und Vorstellungsfähigkeit von Rotationen außerhalb der Aufgabensituation. Um die Komponenten räumliche Orientierung, räumliche Wahrnehmung und den Faktor K zu erfüllen, muss sich die Person selbst in die Situation hineinversetzen. (ebd.)

Darüber hinaus können die Faktoren den dynamischen und statischen Denkvorgängen zugeordnet werden. Dynamische Denkvorgänge sind dabei charakterisiert durch „mentale Bewegungen von Objekten oder Veränderungen der Relationen zwischen Objekten“ (Plath, 2013, S. 216 f.). Bei statischen Denkvorgängen werden demgegenüber keine mentalen Bewegungen an Objekten durchgeführt. Stattdessen stehen die unveränderten räumlichen Relationen zwischen den verschiedenen Objekten im Vordergrund (ebd.).

Zu den statischen Denkvorgängen werden hier die Faktoren räumliche Beziehungen, räumliche Wahrnehmung und der Faktor K zugeordnet. Die Veranschaulichung, die Vorstellungsfähigkeit von Rotationen und die räumliche Orientierung werden demgegenüber den dynamischen Denkvorgängen zugeschrieben. (Maier, 1999)

Der hier in der Tabelle enthaltene Faktor K kann dem Faktor  $S_3$  untergeordnet werden (Guilford, 1964). Er stellt die Fähigkeit dar, Links und Rechts in Bezug auf die Lage des eigenen Körpers zu unterscheiden (Michael et al., 1957).

#### **4.4 Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule**

Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens stellt eine zentrale Aufgabe des Geometrieunterrichts in der Grundschule dar. Weiterfolgend soll die Trainierbarkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens, die Verortung im Bildungsplan und der Verinnerlichungsprozess nach Aebli (1983) genauer dargestellt werden.

##### *4.4.1 Trainierbarkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens*

Die Fähigkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens ist genetisch veranlagt (Glück et al., 2005) und variiert somit bei jedem Menschen. Sie kann durch Training und Übung verbessert werden (Wright et al., 2008). Diese Verbesserung ist für alle Kinder unabhängig des Alters möglich. Diese Fähigkeiten können dauerhaft erhalten bleiben und sind auch auf andere Fähigkeiten übertragbar, die den Schüler:innen nicht direkt vermittelt werden (Uttal et al., 2013). Dabei bestehen widersprüchliche wissenschaftliche Erkenntnisse, inwieweit diese Förderung wirksam ist (vgl. Lowrie et al., 2017). Verglichen mit den anderen Faktoren der Intelligenz, entwickelt sich das räumliche Vorstellungsvermögen zwischen dem

7. und 13. Lebensjahr besonders stark (Wölpert, 1983). Um einen möglichst großen Lernzuwachs bei den Schüler:innen zu fördern, sollte die Anregung durch die Schule in dieser Phase auch am größten sein (Müller & Müller, 1988).

#### 4.4.2 *Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz*

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich ist die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Leitidee „Raum und Form“ vorzufinden. Diese geben für die Bereiche „sich im Raum orientieren“ und „geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen“ bis zur 4. Jahrgangsstufe folgende Zielsetzungen vor (Kultusministerkonferenz [KMK], 2005, S. 10):

„sich im Raum orientieren

- über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen,
- räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten),
- zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken [...] zueinander in Beziehung setzen ([...] Netze untersuchen).“

In Rahmen dieser Bachelorarbeit soll die App „Klipp Klapp“ von Heiko Etzold näher analysiert und anschließend bei Schüler:innen der dritten Klasse eingesetzt werden. Die App kann einen Beitrag zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens leisten. So kann den Kindern durch die Benutzung des Schiebereglers die Verbindung von der zwei- zur dreidimensionalen Ebene verdeutlicht werden. Weiterhin können verschiedene Teilkomponenten der Raumvorstellung geschult werden (Kuzle & Etzold, 2017).

Auch die Verwendung digitaler Medien ist im Bildungskontext geregelt.

Die von der KMK (2016) beschlossene Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ formuliert Anforderungen an Kinder und Jugendliche, die sie in einer zunehmend digitalisierten Welt bewältigen müssen. Diese wurden durch die Empfehlung „Lehren und Lernen in der digitalen Welt“ (KMK, 2021) erweitert. Sie schreiben allen Fächern die Beachtung der veränderten Bedingungen der Lehr- und Lernprozesse im Sinne des digitalen Wandels vor.

Die KMK-Standards in der Fassung vom 23.06.2022 formulieren zentrale Kompetenzen, die im Mathematikunterricht für eine aktive und selbstbestimmte

Teilhabe in der digitalen Welt fundamental sind. So sollen „fachliche Kompetenzen (unter anderem auch) digital gefördert werden“ (KMK, 2022, S. 8). Folglich können „mathematikspezifische digitale Werkzeuge“ (ebd.) eingesetzt werden, um mathematische Sachverhalte zu veranschaulichen. Hier wird weiterhin explizit die Veranschaulichung des räumlichen Vorstellungsvermögens erwähnt (ebd.).

#### 4.4.3 Prozess der Verinnerlichung

Raumvorstellung ist nach Besuden (1984) „eine durch Verinnerlichung von Handlungen an körperlichen Gegenständen erworbene Fähigkeit, die sich der Raumbezüge bewußt [bewusst] geworden ist und diese reproduzieren kann“ (ebd., S. 69). Um im Unterricht das räumliche Vorstellungsvermögen gezielt fördern zu können, ist es relevant zu wissen, welche Aspekte dabei beachtet werden müssen. Im Folgenden soll deshalb der „Prozess der Verinnerlichung“ nach Aebli (1983) näher dargestellt werden.

In seinem Buch „Zwölf Grundformen des Lehrens“ beschreibt Aebli (1983) vier Phasen der Verinnerlichung - von der Handlung zur Vorstellung (vgl. Abb. 5). Diese vier Phasen können nach Ladel (2019) auch für geometrische Lernprozesse verwendet werden.

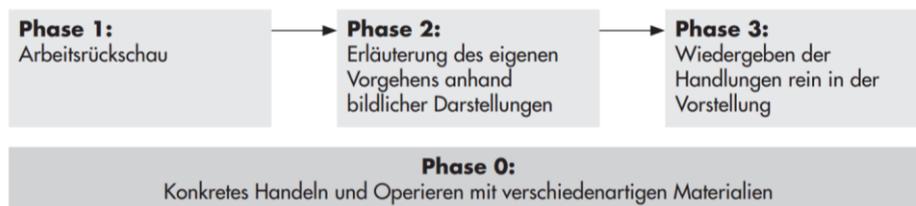


Abb. 5: Phasen des Verinnerlichungsprozesses nach Aebli (1983) (Ladel, 2019, S. 136)

Erkenntnisse müssen zunächst „durch Suchen und Forschen, durch Beobachten und Nachdenken gewonnen werden“ (Aebli, 1983, S. 182). Deshalb ist es zentral, dass Schüler:innen am Anfang des Lernprozesses zunächst ursprüngliche Erfahrungen an konkreten Materialien gewinnen können. Hierbei versteht Aebli (ebd.) Handlungen als „zielgerichtete, in ihrem inneren Aufbau verstandene Vollzüge, die ein fassbares Ergebnis erzeugen“ (ebd., S. 182). Um die Struktur der Handlung zu erkennen, müssen die Schüler:innen bewusst und mit einem

bestimmten Ziel tätig werden (ebd.). Somit bilden das konkrete Handeln und Operieren mit verschiedenen Materialien (Phase 0) die Basis für den Lernprozess.

Die erste Stufe der Verinnerlichung (Phase 1) folgt nach der praktischen Handlung und stellt die Arbeitsrückschau dar. Auf Grundlage des vorhandenen physischen Gegenstandes blicken die Schüler:innen auf die Tätigkeit zurück und reflektieren ihre Handlungen hinsichtlich des Ergebnisses. Beim Reflektieren kann die Aufmerksamkeit auf eine präzise und korrekte sprachliche Darstellung des bisherigen Prozesses gelegt werden (Aebli, 1983). Durch die Rückschau können die Schüler:innen so eine „Einsicht in die Zusammenhänge innerhalb der Handlung“ (ebd., S. 214) erhalten.

Daraufhin folgt die zweite Stufe der Verinnerlichung (Phase 2). In dieser stellen sich die Schüler:innen ihr eigenes Vorgehen anhand einer bildlichen Darstellung vor und verbalisieren dieses.

In Phase 3 sollen die Schüler:innen die Handlungen allein aus der Vorstellung wiedergeben. Diese Phase stellt das Endstadium der Verinnerlichung dar. Das Ziel am Ende des Lernprozesses ist es, dass die Schüler:innen die zunächst effektiv ausgeführten Handlungen rein vorstellungsmäßig vollziehen können und mit Hilfe der Sprache über ihren Lösungsweg berichten können (Aebli, 1983).

Hier kann auch das EIS-Prinzip nach Bruner (1971) zur Verdeutlichung herangezogen werden. Zunächst wird mit konkreten Objekten auf der enaktiven Ebene gehandelt. Danach sind die Gegenstände auf ikonischer Ebene abgebildet. Letztlich wird der Faltvorgang nur noch auf der verbal-symbolischen Ebene dargestellt.

Im Folgenden soll – angelehnt an die Phasen der Verinnerlichung nach Aebli (1983) – untersucht werden, wie Würfelnetze in der Grundschule thematisiert werden. Dabei sollen verschiedene physische und digitale didaktische Materialien untersucht und deren Potentiale und Grenzen herausgestellt werden.

#### **4.5 Würfelnetzumgebungen**

Nach Kuzle & Etzold (2017) bieten Würfelnetze ein großes Potential, das räumliche Vorstellungsvermögen zu entwickeln und zu fördern. Körpernetze, die zu

einem Körper zusammengefaltet werden, veranschaulichen dabei besonders den Zusammenhang zwischen zwei- und dreidimensionalen Objekten (Owen, 2015).

Bevor hierzu verschiedene didaktische Materialien genauer analysiert werden, soll zunächst auf den Begriff des Würfelnetzes genauer eingegangen werden. Im Allgemeinen stellt ein Netz eine zweidimensionale Figur dar, deren verbundene Flächen zu einem dreidimensionalen Körper gefaltet werden können (Franke & Reinhold, 2016, S. 186). Handelt es sich bei diesen Flächen um Quadrate, so stellt dieses ein Würfelnetz dar. Roth und Weigand (2015) beschreibt dahingegen das Netz eines Körpers als „die vollständige Abwicklung seiner Oberfläche in die Ebene“ (ebd., S. 5).

#### *4.5.1 Konkretes Handeln und Operieren mit verschiedenen Materialien*

Franke und Reinhold (2016, S. 186) beschreiben drei Möglichkeiten, wie Würfelnetze gefunden werden können:

- „• durch Aufschneiden/Auseinanderklappen einer würfelförmigen Verpackung
- durch Abrollen und Umfahren eines Würfels oder
- durch Zusammensetzen von kongruenten Quadraten zu einem Mehrling [...] und räumlichen Auffalten dieser Anordnung.“

Dabei lassen sich die ersten beiden Spiegelpunkte dem Handlungsprozess von der „Geometrie des Raumes“ zur „Geometrie der Ebene“ zuordnen. Der dritte Punkt beschreibt die Handlung ausgehend vom zweidimensionalen Würfelnetz zum dreidimensionalen Würfel. Für ein flexibles Begriffsverständnis soll so im Sinne des operativen Prinzips in beide Richtungen handelnd agiert werden. (ebd.)

Im Mathematikunterricht der Grundschule wird meist mit Schulbüchern gearbeitet. Nach Dilling (2022) bilden diese die Lerninhalte ab, die im Bildungsplan für ein Schuljahr vorgegeben sind und stellen somit ein „Leitmedium für den Unterricht“ (ebd., S. 144) dar. Dies bestätigt auch die Umfrage im Rahmen der TIMMS-Studie, bei der 86% der befragten Lehrkräfte aus der vierten Klassenstufe angaben, dass sie das Lehrwerk als Grundlage für ihren Mathematikunterricht nutzen (Mullis et al., 2012).

Folglich hat die Analyse der in der Schule genutzten Lehrwerke eine zentrale Aussagekraft. Die durchgeführte Untersuchung stützt sich dabei auf folgende Schulbücher der dritten Klasse:

- Balins et al. (2016). *Fredo 3 Mathematik*
- Becherer & Schulz (2019). *Jo-Jo. Mathematik 3*
- Betz et al. (2017). *Zahlenzauber 3. Mathematikbuch für die Grundschule*
- Keller & Pfaff (2020). *Das Mathebuch*
- Klöpfer (2016). *Denken und Rechnen 3*
- Maier (2016). *NussKnacker 3. Mein Mathematikbuch*
- Rottmann & Träger (2021). *Welt der Zahl 3*

In den Lehrwerken sind alle drei von Franke und Reinhold (2016) vorgestellten Herstellungsverfahren auffindbar. Dabei wird am häufigsten die Variante dargestellt, bei der kongruente Papierquadrate mit Klebestreifen zusammengeklebt werden. Hierbei sollen die Schüler:innen möglichst viele verschiedene Würfelnetze finden (Betz et al., 2017; Klöpfer, 2016; Becherer & Schulz, 2019; Balins et al., 2016; Rottmann & Träger, 2021). Des Weiteren wird die Aufgabe vorgeschlagen, dass Kinder verschiedene Würfelnetze auf Karopapier zeichnen, ausschneiden und anschließend zusammenfalten (Betz et al., 2017). Einzelne Mathematikbücher verdeutlichen auch den Weg des Umfahrens eines Würfels (Betz et al., 2017; Maier, 2016).

Die genannten Aufgaben sind mit den im Unterricht genutzten, alltäglichen Materialien gut umsetzbar. So können die Schüler:innen in der bewussten und zielgerichteten Handlung Primärerfahrungen sammeln, die für den weiteren Verinnerlichungsprozess wichtig sind (Aebli, 1983). Zum Herstellen dieser Materialien wird sehr viel Zeit benötigt, wobei der daraus resultierende mathematische Kompetenzerwerb nur gering ausfällt (Ladel, 2019).

Die Literatur weist darüber hinaus auf weitere Materialien wie Bierdeckel oder Geo-Clix hin, die zum Finden und Nachstellen von Würfelnetzen eingesetzt werden können (Heckmann & Padberg, 2014). Dabei bieten vor allem die Geo-Clix das Potential, verschiedene Netze gezielt und schnell zu verändern und sich der Zusammenhänge zwischen der Ebenen- und der Raumgeometrie bewusst zu werden. An dieser Stelle ist es wichtig zu erwähnen, dass nur wenige Schulen

über geeignetes Material verfügen, das zudem noch in ausreichender Menge vorhanden ist (Ladel, 2019). Dies führt dazu, dass in der Praxis oft zu schnell zu bildlichen Darstellungen übergegangen wird.

#### 4.5.2 Erläuterung des eigenen Vorgehens anhand bildlicher Darstellungen

In der 2. Phase der Verinnerlichung nach Aebli (1983) sollen die Schüler:innen lediglich an Bildern von physischen Gegenständen operieren. Im Folgenden soll dafür näher analysiert werden, wie Schulbücher dieser Aufgabe nachgehen. Danach soll auf die „Inter-Netzzo-Werkstatt“ von Huhmann (2011) eingegangen werden.

#### Untersuchung der Schulbücher

Bei genauerer Untersuchung der sieben in Kapitel 4.5.1 beschriebenen Lehrwerken fällt auf, dass in Aufgaben auf der bildlichen Ebene oftmals ebene Würfelnetze verwendet werden. So sollen die Schüler:innen allein auf Grundlage eines flachen Netzes, dieses zu einem (möglichen) Würfel zusammenfalten (vgl. Abb. 6) oder gegenüberliegende Flächen in der gleichen Farbe färben (vgl. Abb. 7). Um den mentalen Faltvorgang zu überprüfen, wird dieser anfänglich mit haptischem Material nachgestellt (vgl. Betz et al., 2017; Maier, 2016; Rottmann & Täger, 2021). Aufgrund der zeitintensiven Herstellung ist dies aber nicht langfristig möglich (vgl. Kapitel 4.5.1). Gelegentlich werden die flachen Würfelnetze auch durch einen komplett zusammengefalteten Würfel ergänzt (vgl. Abb. 8).

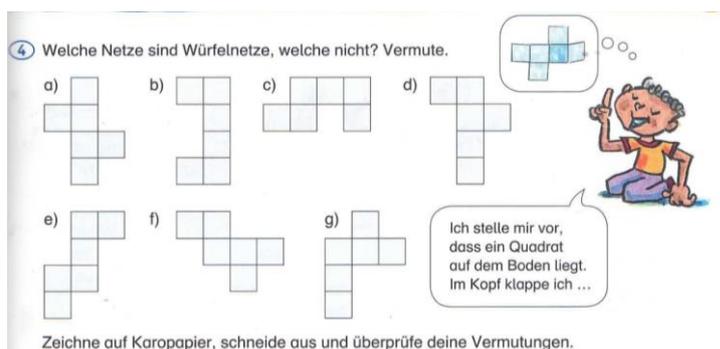


Abb. 6: Operieren an flachen Würfelnetzen (Betz et al., 2017, S. 61)

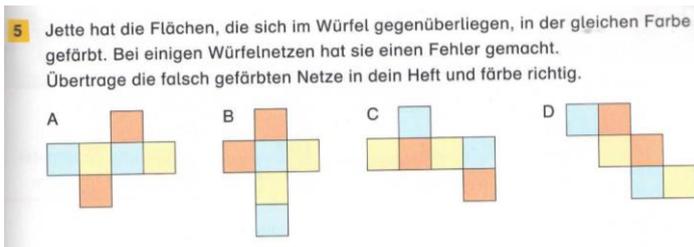


Abb. 7: Gegenüberliegende Seiten gleich färben (Balins et al., 2016, S. 67)

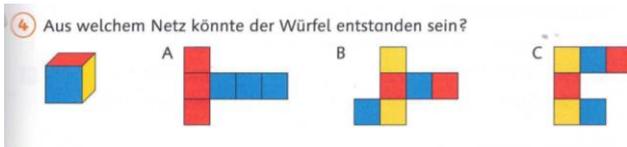


Abb. 8: Aufgaben mit Würfelnetz und zusammengefaltetem Würfel (Becherer & Schulz, 2019, S. 31)

Bei der Analyse der Lehrwerke lässt sich lediglich eine Aufgabe finden, die das Objekt zunächst in einem Zwischenstand zwischen Würfel und entstehendem Würfelnetz zeigt (vgl. Abb. 9). Diese Aufgabe regt das gedankliche Auseinanderfalten an (Franke & Reinhold, 2016).

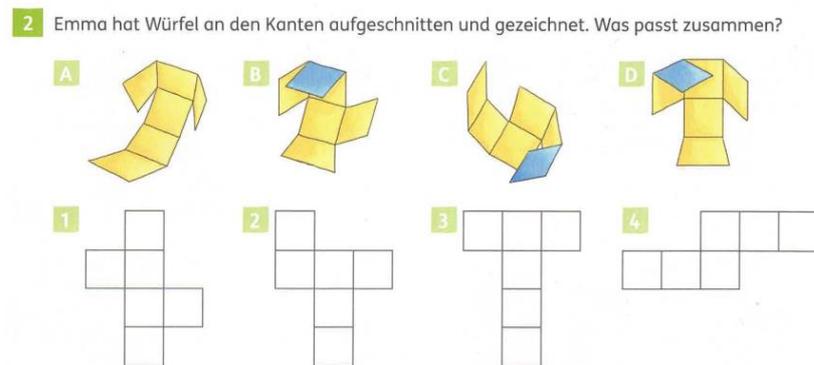


Abb. 9: Räumliches Auffalten (Maier, 2016, S. 56)

Wie in der Untersuchung der Schulbücher herausgearbeitet, wird im Unterricht auf bildlicher Ebene meist mit flachen Darstellungen (vgl. Abb. 6) gearbeitet. Dies stellt nach Huhmann (2012) auf lange Sicht gesehen keine nachhaltige Möglichkeit dar, um das räumliche Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

### *Inter-Netzzo-Werkstatt nach Huhmann*

Im Rahmen seiner Dissertation interviewte Huhmann (2012) vierzig Kinder, die zuvor mit flachen, bildlich dargestellten Würfelnetzen gearbeitet hatten. Dabei beobachtete er, dass viele Kinder innerhalb weniger Unterrichtsstunden einige

der elf Würfelnetze durch dynamische, mentale Reduktionsstrategien auf die ihnen bekannte Würfelnetze zurückführen konnten. So nahm das mentale Falten eine immer weniger bedeutende Rolle ein.

Wie bereits im Kapitel zur Begriffsdefinition (vgl. Kapitel 4.2) ausführlich erläutert, ist das räumlich-visuelle Vorstellungsvermögen aber vor allem durch das gedankliche Operieren an mental vorhandenen Gegenständen gekennzeichnet.

Im Rahmen der „Inter-Netzzo-Werkstatt“ entwickelte Huhmann (2011) auf seinen Erkenntnissen basierend eine Lernumgebung, die das mentale Modellieren nachhaltig fördern soll. Dafür gestaltete er für jedes Würfelnetz vier Abbildungen (vgl. Abb. 10), die den Faltvorgang vom Würfelnetz zum Würfel demonstrieren (1. - 4. Faltzustand). Eine Quadratfläche ist dabei jeweils blau markiert und dient als Orientierungshilfe. Um die vier Abbildungen eines Würfelnetzes zusammenzuordnen, müssen sich die Schüler:innen mental in den Faltvorgang begeben. Sie sind dabei durchgängig gezwungen, „mentale Tätigkeiten ‚von der Ebene in den Raum‘, bzw. ‚vom Raum in die Ebene‘ und ‚von Raum in den Raum‘ am Lerngegenstand vorzunehmen“ (ebd., S. 46).

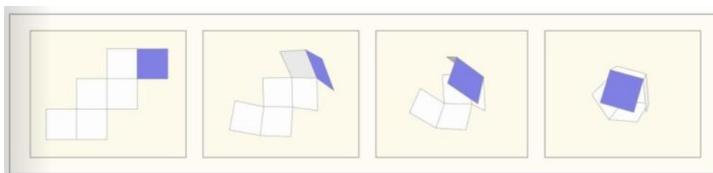


Abb. 10: Vier Abbildungen zeigen Faltvorgang vom Würfelnetz zum Würfel (Huhmann, 2011, S. 48)

Somit weist diese Lernumgebung ein hohes Potential auf, das räumliche Vorstellungsvermögen zu fördern. Mit den vorgeschlagenen Spielkonzepten „Quartett“ und „Wettspiel“ können die Schüler:innen motiviert und auf eine spielerische Art ihr räumliches Vorstellungsvermögen und die dafür grundlegenden visuellen Fähigkeiten ausbauen (ebd.).

#### *Interpretation 3D Abbildungen auf einem 2D Medium*

Während die reale Welt dreidimensional ist, kann sie auf einem Medium nur zweidimensional dargestellt werden. So kann die Horizontaltrennung (oben-unten) und die Vertikaltrennung (links-rechts) auch auf dem Bildschirm wahrgenommen werden. „Trennungen durch Ebenen senkrecht der Sagittalachse, also durch ‚Tiefenebenen‘“ (Eichler & Eichler, S. 36), die in der Realität wahrnehmbar sind,

sind nicht in gleicher Weise auch auf dem zweidimensionalen Medium wahrnehmbar. (ebd.) Deshalb spielt die Wahrnehmungsleistung an dieser Stelle eine große Bedeutung.

Um Wahrgenommenes deuten zu können, muss „eine Gruppe von erlebten Teilen zu einer Ganzheit“ (Ladel, 2019, S. 134) zusammengeschlossen werden. Nach der Gestalttheorie des Zusammenhangs nach Metzger (1954, S. 108 f.) erfolgt der Zusammenschluss derart, „dass die entstehenden Ganzen in irgendeiner Weise vor anderen denkbaren Einteilungen gestaltlich ausgezeichnet sind. Die gegebenen Elemente schließen sich [...] stets so zusammen, daß [dass] möglichst einfache, einheitliche [...], geschlossene [...], symmetrische [...] [und] vollständige [...] Ganzgebilde entstehen.“

Die Interpretation eines dreidimensionalen Gegenstandes auf einem zweidimensionalen Medium ist nicht immer eindeutig. Dies veranschaulicht beispielsweise die Kippfigur des „Necker-Würfels“ (vgl. Abb. 11 auf der linken Seite). Bei längerer Betrachtung kann der Würfel in eine andere Perspektive kippen. So kann je nach Fokussierung die Fläche rechts oben (rot) oder die Fläche links unten (blau) als „Vorderwand“ fungieren (Bülthoff, 2004). Das Gehirn kann dabei immer nur eine Perspektive bewusst wahrnehmen (Ditzinger, 2013).



Abb. 11: Der Necker-Würfel mit zwei möglichen Perspektiven (Ditzinger, 2013, S. 68 f.)

Um sich den Faltvorgang eines Würfelnetzes vorstellen zu können, ist es zentral, dass zuvor schon mit haptischen Materialien gearbeitet wurde. Nur so können „Schwierigkeiten, Mehrdeutigkeiten und Interpretationen der Abbildungen“ (Huhmann, 2011, S. 47) geklärt werden. Aber nicht nur auf Papier können räumliche Objekte dargestellt werden. Darüber hinaus können diese auch auf digitalen Medien abgebildet sein. Ladel (2019) stellt die Vermutung auf, dass animierte mathematische Objekte auf einem digitalen Medium besser interpretiert werden

können. Dies begründet sie darin, dass sich die Schattierungen „beim ‚virtuellen Falten‘ von Körpernetzen oder beim ‚virtuellen Drehen‘ eines Körpers“ (ebd., S. 135) automatisch anpassen und somit näher an den realen dreidimensionalen Körpern liegen.

Im Folgenden soll untersucht werden, welche weiteren Potentiale digitale Medien für das räumliche Vorstellungsvermögen eröffnen können.

#### *4.5.3 Erläuterung des eigenen Vorgehens anhand dynamischer, bildlicher Darstellungen*

In diesem Kapitel soll zunächst allgemein auf die Benutzung digitaler Medien im Mathematikunterricht eingegangen werden. Anschließend werden die Phasen der Verinnerlichung nach Aebli (1983) um eine Phase erweitert. Darauffolgend soll auf das Potential von Animationen näher eingegangen und zwei Apps näher analysiert werden, die über diese Animationen verfügen.

#### *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule*

Im Rahmen der Digitalisierung und der damit einhergehenden Mediatisierung der Lebenswelt (Herzig, 2020), nimmt auch die Verwendung von digitalen Medien im Unterricht eine immer größer werdende Rolle ein. Die Integration digitaler Medien in den Unterricht begründet beispielsweise Irion (2018). Für den Einsatz von digitalen Medien in der Grundschule eignet sich vor allem der Einsatz von Tablets (Ladel, 2017). Diese ermöglichen durch ihren Touchbildschirm, dass Kinder direkt mit den dargestellten mathematischen Objekten interagieren können. Dadurch entfällt die beim Computer oder Laptop benötigte Hand-Auge-Koordination (Ladel, 2020). Apps, die auf dem Tablet installiert werden, bieten ein großes Potential, um mathematische Lernprozesse zu unterstützen (Ladel, 2017).

Dementgegen steht, dass die Handlungen an digitalen Medien dabei nur eingeschränkte sinnliche Erfahrung und motorische Aktivitäten ermöglichen (Urff, 2014). Des Weiteren müssen die dreidimensionalen Objekte auf dem zweidimensionalen Medium richtig interpretiert werden (vgl. Kapitel 4.5.2). Für die Interpretation ist „das Vorstellen räumlicher Objekte, räumlicher Relationen und räumlicher Prozesse“ (Eichler & Eichler, 2019) notwendig. Deshalb ist es wichtig, an dieser Stelle festzuhalten, dass virtuelle Materialien die Primärerfahrungen mit

physischen Objekten nicht ersetzen können. Vielmehr sollen physischen und digitalen Medien im Sinne des Duo of Artefact so kombiniert werden, dass deren jeweilige Vorzüge ausgenutzt werden können (Ladel, 2017).

### *Erweiterung der Phasen der Verinnerlichung*

Es wird von einem Potential gesprochen, „wenn durch die Ausnutzung der besonderen Möglichkeiten des digitalen Tools, Grenzen des Analoges überwunden werden können und das Mathematiklernen durch die Berücksichtigung fachdidaktischer Aspekte unterstützt werden kann“ (PIKAS digi, 2020, S. 1).

In Kapitel 4.3.6 wurde bereits ausführlich dargestellt, wie Maier (1999) die Teilkomponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens in dynamische und statische Denkvorgänge unterteilt. Die Teilkomponente „Veranschaulichung“, die beim Zusammen- und Auseinanderfalten eines Würfelnetzes bzw. eines Würfels benötigt wird, stellt einen dynamischen Prozess dar. Dieser dynamische Faltprozess kann mit physischen Materialien aber nur statisch dargestellt werden. (Ladel, 2019) Digitale Medien bieten das Potential, Objekte dynamisch zu transformieren (Gutiérrez, 1996). Die virtuelle Lernumgebungen können dabei nach Roth und Weigand (2015) für die Schüler:innen eine Unterstützungsmöglichkeit bieten.

Ladel (2019) sieht in der dynamischen Darstellung ein großes Potential für den Verinnerlichungsprozess. So kann nach dem konkreten Handeln mit physischem Material eine Brücke geschlagen werden, „die den Prozess der Verinnerlichung wesentlich unterstützen kann“ (ebd., S. 135). Folglich erweitert Ladel (ebd.) die Phasen der Verinnerlichung nach Aebli (1983) um eine weitere Teilphase 2.1 (vgl. Abb. 12).

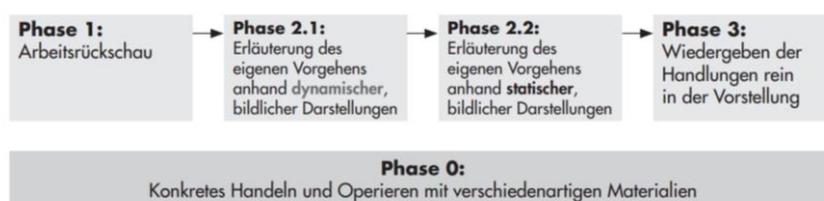


Abb. 12: Phasen des Verinnerlichungsprozesses erweitert durch dynamische Darstellungen (Ladel, 2019, S. 140)

In den vorherigen Kapiteln 4.5.1 und 4.5.2 wurde aufgezeigt, dass vor allem der schnelle Wechsel von der ikonischen zur enaktiven Ebene die Schüler:innen vor

Herausforderungen in Bezug auf die Veranschaulichung des Faltprozesses stellt. Im Folgenden soll genauer analysiert werden, welches Potential die Animationen in digitalen Medien bieten, um mentale Vorstellungsprozesse zu unterstützen.

### *Potential von Animationen*

Animationen bestehen aus bildhaften Repräsentationsformen, die sich in ihrer grafischen Struktur kontinuierlich verändern (Girwidz, Rubitzko & Spannnagel, 2004). Dadurch kann die Illusion erzeugt werden, dass sich bildliche Objekte oder deren Position verändern, einzelne Teile des Objektes auftauchen oder verschwinden (Urff, 2014, S. 143 nach Lowe, 2003). Die Animation kann sich dabei eigendynamisch verändern. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, dass die Bildstruktur durch die Schüler:innen von außen beeinflusst wird (Schnotz, Seufert, & Bannert, 2001, S. 462). In der Fachliteratur wird immer wieder vom wesentlichen Vorteil gesprochen, dass durch die Verwendung von dynamischer Geometriesoftware, Bewegungen und Veränderungen von Objekten schnell und einfach dargestellt werden können (Roth, 2008).

Grundsätzlich kann jedoch festgehalten werden, dass auf kognitiver Ebene keine grundlegende Unterscheidung zwischen dem Lernen mit Animationen und dem Lernen mit Bildern getroffen werden kann (Schnotz, 2002). Vielmehr steht deshalb die Frage im Zentrum, in welchen Bereichen Animationen die Wissensvermittlung im Vergleich zu Bildern besser unterstützen können (Betrancourt, 2005).

Baxter und Preece (1999) kamen im Rahmen ihrer Studie zu der Erkenntnis, dass Animationen vor allem bei Aufgaben im Bereich des räumlichen Vorstellungsvermögens ein großes Potential bieten, um Lern- und Verstehensprozesse zu unterstützen. Nach der Supplantationstheorie können Animationen schwächeren Kindern dabei helfen, mentale Prozesse zu vollziehen, zu denen sie selbst nicht in der Lage wären. Darüber hinaus können sie basierend auf der Explorationsfunktion den Lerngegenstand gezielt manipulieren und je nach Verwendungszweck analysieren. (Schnotz, Seufert & Bannert, 2001) Im Sinne der Cognitive Load-Theorie nach Sweller (2005) werden die Schüler:innen dabei kognitiv entlastet, in dem sie sich rein auf das Analysieren konzentrieren können. Darauf basierend können sie eigene dynamisch mentale Modelle aufbauen (Weidenmann, 2008, S. 154).

Die zentral benötigte kognitive Leistung in der im Kapitel 4.6 beschriebenen App „Klipp Klapp“ besteht im Zusammen- und Auseinanderfalten des Würfelnetzes (Teilkomponente „Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung“ nach Maier, 1999). Hier kann die Animation des Zusammenfaltens leistungsschwächeren Kindern anfänglich veranschaulichen, wie sie sich die räumlichen Veränderungsprozesse vorstellen können (Huhmann, 2012). Bei leistungsstärkeren Schüler:innen kann diese Funktion allerdings nur eingeschränkt als sinnvoll betrachtet werden. So können sie den dynamischen Prozess der Simulation selbst kognitiv ausführen und benötigen daher die Unterstützungsmöglichkeit nicht (Urff, 2014). Da der Faltprozess durch einen Algorithmus animiert wird, ist die Wahrscheinlichkeit groß, dass der Faltalgorithmus der Animation nicht mit dem mentalen Faltvorgang der Schüler:innen übereinstimmt (Huhmann, 2012). Die Benutzung der Animation könnte deshalb auch zur oberflächlichen Aneignung des Lernstoffs führen (Urff, 2014).

Nachdem die klassische Animation am Anfang den schwächeren Schüler:innen bei der Veranschaulichung hilft, wird diese im weiteren Verlauf überflüssig, da sie durch die fehlenden Einfluss- und Entdeckungsmöglichkeiten dem steigenden Niveau der Schüler:innen nicht nachkommt (Huhmann, 2012).

In der App „Klipp Klapp“ ermöglicht der Schieberegler, dass Schüler:innen die Animation nur in dem Maße einsetzen können, wie sie diese auch benötigen. So kann jedes Kind selbst entscheiden, wie viel Unterstützung es beim Aufbau eines mentalen Bildes benötigt (Kuzle & Etzold, 2017). Dies ermöglicht ein schrittweises Ablösen von der Animation. Dabei ermöglicht der Schieberegler auch Pausen im Animationsprozess. Die Möglichkeit, Bewegtbilder zu unterbrechen, kann die kognitive Belastung reduzieren (Moreno, 2007).

Die animierten Interaktionsmöglichkeiten (Zusammen- und Auseinanderklappen, Drehen und Zoomen) der App „Klipp Klapp“ können alle gezielt gesteuert werden. Diese „Nutzerkontrolle“ der Animationen bieten das Potential eines tieferen Verständnisses (Mayer & Chandler, 2001).

Im Folgenden sollen eine Software und eine App näher untersucht werden, die das Potential der eben beschriebenen Animation nutzen.

## Die Lernplattform Mathematikus

Die zweite Lernumgebung der App „Klipp Klapp“ basiert auf der Grundidee von Klaus-Peter Eichler, der eine ähnliche digitale Lernumgebung entwickelt hat (Kuzle & Etzold, 2017). Auf seiner Lernplattform „Mathematikus“ bietet Eichler (2023) frei zugängliche digitale Aufgaben zu Körpern und Netzen, die der Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens dienen sollen. Die unten in Abb. 13 dargestellte Lernumgebung nennt sich „Würfelnetze“. In dieser soll ein Quadrat passend angefügt werden, sodass ein Würfelnetz entsteht.

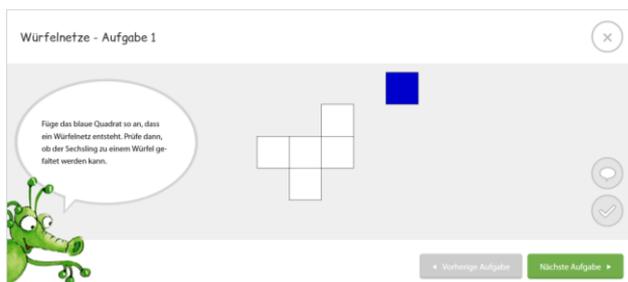


Abb. 13: Würfelnetzumgebung auf Mathematikus (Eichler, 2023)

Im Anschluss können die Schüler:innen auf den Haken, der sich rechts auf dem Bildschirm befindet, klicken. Dabei wird ihnen der Faltprozess des Zusammenfaltens mittels eines Faltalgorithmus veranschaulicht (vgl. Abb. 14). Das „direkte und informative Feedback“ (Eichler & Eichler, 2019) ermöglicht, dass die Kinder direkt sehen können, ob die Aufgabe richtig gelöst worden ist. Ist sie falsch gelöst worden, können die Schüler:innen sich veranschaulichen, warum das so ist. (ebd.) Im Anschluss kann der Würfel wieder aufgefaltet werden und das Quadrat an einer anderen Stelle ergänzt werden. Dies ermöglicht den Schüler:innen, dass sie eine richtige Lösungsmöglichkeit oder auch weitere Möglichkeiten finden können. Dabei entfallen das zeitaufwändige Zeichnen, Ausschneiden und Zusammenfalten, das bei physischem Material zur jeweiligen Überprüfung notwendig ist (ebd.). Im Vergleich zur App „Klipp Klapp“ kann der animierte Faltvorgang vom Nutzer nicht kontrolliert werden (vgl. Mayer & Chandler, 2001).

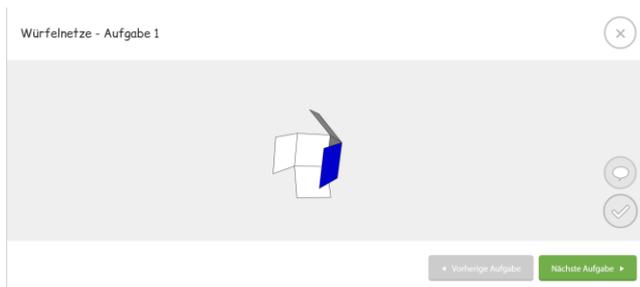


Abb. 14: Veranschaulichung des Zusammen- und Auseinanderfaltens des Würfels (Eichler, 2023)

Eine andere App, die zusätzlich zur App „Klipp Klapp“ zum Üben mit Würfelnetzen vorgeschlagen wird, ist die App „Shapes – 3D Geometrie Lernen“ (Technische Universität Dortmund, o.J.).

#### *Die App „Shapes 3D – Geometrie lernen“*

Die App „3D – Geometrie lernen“ ermöglicht eine große Auswahl an verschiedenen Körpern (Settapp Sp. Z o.o., 2015). Gerade bei dieser App kristallisiert sich ein Vorteil von virtuellen Materialien heraus. So bieten diese „Material ,ohne Ende“ (Ladel, 2018b). Mit der App können Würfelnetze hergestellt werden oder bereits vorhandene Würfelnetze herausgesucht werden (vgl. Abb. 15). Mit dem Schieberegler kann dabei jeder einzelne Faltzustand des Würfels nachgebildet werden. Darüber hinaus ist es möglich, das Würfelnetz und den Würfel zu zoomen, auszurichten, zu bewegen und zu drehen. Über die „Körperoptionen“ besteht die Möglichkeit, verschiedene Modelle schnell und einfach zu realisieren, um so bestimmte Eigenschaften zu fokussieren. Ladel (2019) betont, dass vor allem die transparenten Flächen (vgl. Abb. 15) ein großes Potential für die Entwicklung der Raumvorstellung bieten. Auf diese Art ist es den Schüler:innen möglich, auch Flächen, Kanten und Ecken zu sehen, die normalerweise verborgen wären (ebd). Das Würfelnetz kann zudem mit verschiedenen Farben gefärbt werden. Dies bietet das Potential, dass die Bearbeitung von Färbeaufgaben (vgl. Abb. 7) unterstützt werden kann. Zudem können mit der App Aufgaben nachgestellt werden. Der Vorteil dabei ist, dass auf diese Weise kein haptisches Material zeitaufwändig hergestellt werden muss. An dieser Stelle ist es wichtig zu betonen, dass in der App keine konkreten Aufgabenstellungen vorhanden sind. Diese Aufgabe muss die Lehrkraft übernehmen (Ladel, 2019). So ist ein Nachteil

hiervon, dass die Schüler:innen nicht komplett eigenständig mit der App arbeiten können.

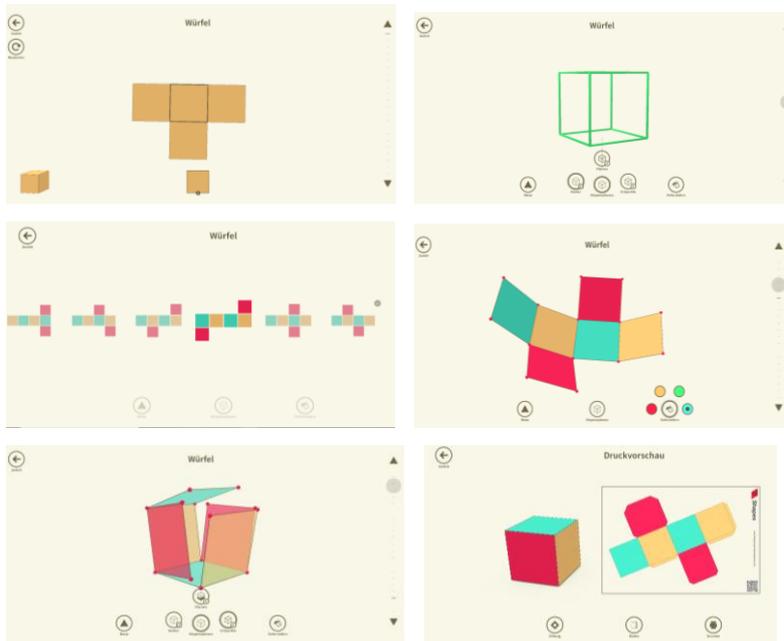


Abb. 15: Verschiedene Verwendungsmöglichkeiten der App „Shapes 3D – Geometrie lernen“

#### 4.5.4 Wiedergeben der Handlung rein in der Vorstellung

Im weiteren Verlauf geht es darum, das räumliche Vorstellungsvermögen weiter zu verinnerlichen. In der Mathematik werden Aufgaben, die das Handeln in der Vorstellung fördern, oft dem Begriff der „Kopfgeometrie“ untergeordnet (Franke & Reinhold, 2016, S. 109).

Im Gegensatz zum Kopfrechnen in der Arithmetik, geht es bei der Kopfgeometrie nicht darum, Lösungen zu verinnerlichen und zu automatisieren. Vielmehr steht der Lösungsprozess im Zentrum des Unterrichts. (Senftleben, 2003) Dabei soll bei kopfgeometrischen Aufgaben hauptsächlich auf Grundlage geometrischer Grundbegriffe in der Vorstellung visuell operiert werden (Senftleben, 1996, S. 71). So können nicht nur Grundbegriffe, sondern auch deren Eigenschaften und Beziehungen gesichert und vertieft werden (Roth und Weigand, 2015).

Um einen besseren Überblick über die Vielzahl an Angaben zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens zu bekommen, klassifiziert u.a. Senftleben (1996) kopfgeometrische Aufgaben (Franke & Reinhold, 2016). Jeder Aufgabentyp ist dabei in die folgenden drei Phasen unterteilt:

- Phase I: Aufgabenstellung
- Phase II: Aufgabenbearbeitung: Operieren im Kopf
- Phase III: Ergebnisdarstellung

Tab. 2: Reine Kopfgeometrie (Senftleben, 1996, S. 54)

Phase I	Phase II	Phase III
Lehrer:in verbalisiert geometrische Fragestellung	Räumliches Denken, Vorstellen, Operieren im Kopf	Schüler:in verbalisiert das Ergebnis seiner Überlegung

Die reine Kopfgeometrie wird in Tab. 2 dargestellt. Senftleben (1996) definiert reine Kopfgeometrie als Lösen einer kopfgeometrischen Aufgabenstellung ohne die Verwendung von Hilfsmitteln oder anderer Möglichkeiten der Veranschaulichung. Sowohl die geometrische Fragestellung als auch die Ergebnisdarstellung erfolgen rein verbal (ebd.).

Tab. 3: Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in den Phasen I und III (Senftleben, 1996, S. 55)

Phase I	Phase II	Phase III
Lehrer:in - erläutert seine/ihre Fragestellung unter Zuhilfenahme seines eigenen Körpers (z. B. mit den Händen andeuten), - zeigt ein Bild bzw. eine Zeichnung oder ein ganz konkretes Modell usw.	Räumliches Denken, Vorstellen, Operieren im Kopf	Schüler:in - erläutert das Ergebnis seiner Überlegungen unter Zuhilfenahme seines eigenen Körpers (z. B. mit den Händen andeuten), - zeichnet das Ergebnis seiner Überlegungen auf, - baut das Ergebnis seiner Überlegungen nach, schneidet es aus, bastelt es aus Papier, gestaltet es mit Knete usw.

Die Tabelle 3 zeigt die Möglichkeit, in den Phasen I und III Hilfsmittel zu verwenden. In Phase I können so Gesten, Bilder, Zeichnungen oder Modelle zur Unterstützung genutzt werden. In Phase III kann als Hilfsmittel für die Verbalisierung der Körper, Zeichnungen auf Papier oder andere Gegenstände hinzugezogen werden. (Senftleben, 1996)

Durch kopfgeometrische Aufgaben soll das alleinige Operieren an vorgestellten Objekten gefördert werden. Auch die App „Klipp Klapp“ verfolgt das Ziel, die Schüler:innen schrittweise zur Kopfgeometrie zu überführen. Anders als in der Theorie nach Senftleben (ebd.) kann die App auch die Phase II unterstützen. Die Unterstützungspotentiale der App hinsichtlich der Kopfgeometrie nach Senftleben (ebd.) sollen in der qualitativen Untersuchung beachtet werden.

#### **4.6 Die App „Klipp Klapp“ von Heiko Etzold**

Die App „Klipp Klapp“ von Heiko Etzold entstand im Rahmen des Projekts „Digitales Lernen Grundschule“, die von der Deutschen Telekom Stiftung ermöglicht wurde (Digitales Lernen Grundschule Universität Potsdam, 2021). Diese App verfolgt das Ziel, das Raumvorstellungsvermögen aller Kinder zu fördern. Hierfür stehen spielerische Situationen mit verschiedenen Differenzierungsmöglichkeiten zur Verfügung. Die Entwickler:innen betonen dabei die gute Passung zwischen der handelnden Tätigkeit und der mentalen Operation mit den Würfelnetzen, die durch die verschiedenen Interaktionsmöglichkeiten garantiert wird. (Kuzle & Etzold, 2017). Darüber hinaus verdeutlichen diese (ebd.), dass der produktive Umgang mit der App nur durch vorherige haptische Handlungen gelingen kann.

Um eine App für einen bestimmten Lerninhalt gewinnbringend im Unterricht einsetzen zu können, haben Etzold, Kortenkamp und Ladel (2018) einen ACAT-Review-Guide entwickelt, mit dem Apps theoriegebunden beurteilt werden können. Dieser basiert auf der Tätigkeitstheorie, genauer gesagt dem ACAT-Modell (Artifact Centric Activity Theory-Modell, siehe Ladel & Kortenkamp, 2014).

Anhand der 5 Schritte des Review-Guides soll die App im Folgenden auf ihre Potentiale untersucht werden. Dabei wird zunächst auf den mathematischen Inhalt der App eingegangen. Danach wird das Nutzungsverhalten der Schüler:innen und dessen Entwicklung genauer betrachtet, wodurch geklärt werden kann, ob die App den gewünschten Inhalt vermittelt. Im nächsten Schritt wird die spezifische Verwendung im Unterricht diskutiert. (Etzold, Kortenkamp, & Ladel 2018)

##### *4.6.1 Was ist das mathematische Objekt der App?*

Das zweidimensionale Würfelnetz und der dreidimensionale Würfel sind die mathematischen Objekte der App. Das zentrale Potential liegt dabei vor allem in der

anschaulichen Verbindung zwischen den ebenen- und raumgeometrischen Darstellungen (Stein, 2018). Durch die Handlungserfahrungen in den drei Teilumgebungen kann die Entwicklung des Vorstellungsvermögens schrittweise gefördert werden (Kuzle & Etzold, 2017).

Angelehnt an Kuzle & Etzold (ebd.) sollen im Folgenden die verschiedenen Teilumgebungen und die dafür benötigten Kompetenzen erläutert werden.

#### 1) „Würfel oder nicht?“

In der ersten Lernumgebung sollen die Schüler:innen entscheiden, ob das Netz zu einem Würfel zusammengefaltet werden kann oder nicht. Hierfür müssen sich diese den Faltvorgang des Netzes gedanklich vorstellen. Dabei wird die Teilkomponente „Veranschaulichung“ des Raumvorstellungsvermögens nach Maier (1999) gefördert.

#### 2) „Bau ein Würfelnetz.“

Die Schüler:innen sollen in der zweiten Lernumgebung ein Quadrat so an das bereits vorhandene Teilnetz hinzufügen, dass ein Würfelnetz entsteht. Hier müssen die Schüler:innen sich nicht mehr nur vorstellen, wie sie das Netz zusammenfalten. Zudem müssen sie sich nun ebenfalls das angehängte Quadrat vorstellen und wie dieses gefaltet wird. Hier wird ebenfalls auf einer etwas höheren Ebene die Teilkomponente „Veranschaulichung“ (Maier, 1999) gefördert.

#### 3) „Jetzt wird's bunt!“

Hier sollen die Schüler:innen das Würfelnetz so färben, dass der vorgegebene Würfel entsteht. Dafür müssen die Schüler:innen das Würfelnetz mental falten („Veranschaulichung“). Weiterhin müssen sie die räumliche Konfiguration des Würfels erkennen und dazu ihr Würfelnetz und die Beziehung der einzelnen Quadrate untereinander in ein Verhältnis setzen („Räumliche Beziehung“). Um das Würfelnetz zu färben, ist es wichtig, dass die Schüler:innen sich selbst in den mental vorgestellten, gefalteten Würfel einordnen können, um so unterscheiden zu können, wie der Würfel von hinten, vorne, rechts, links, oben und unten aussieht. Dies entspricht nach Maier (1999) der Teilkomponente „Räumliche Orientierung“.

Die Unterstützungsmöglichkeiten sollen hier schrittweise reduziert werden und so zur reinen Kopfgeometrie (vgl. Senftleben, 1996) führen.

#### 4.6.2 *Wie interagieren die Schüler:innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?*

Grundsätzlich besteht die App aus einem geteilten Bildschirm. Auf der linken Seite kann eine von drei Teilumgebungen ausgewählt werden. Darüber hinaus wird hier auch die Aufgabe gestellt, gelöst, überprüft und die neue Aufgabe ausgewählt. Im unteren Bereich wird in jeder Teilumgebung jeweils angezeigt, wie viele der bearbeiteten Aufgaben richtig gelöst wurden (bspw. 4 von 7). Dies lässt allerdings keine Rückschlüsse auf die Qualität und das genauere Nutzungsverhalten des Kindes ziehen. Dementgegen wirkt der zusätzlich dargestellte Balken. Bei der Nutzung des Schiebereglers füllt sich dieser entsprechend. Wird dieser nicht verwendet, leert sich der Balken wieder. Dies soll die Schüler:innen motivieren, den Schieberegler aktiv zu verwenden. Die Anzahl der (richtig) gelösten Aufgaben und die Punkteübersicht können durch das Mülleimer-Symbol wieder gelöscht werden. Zudem können auf der linken Seite des Bildschirms noch weitere Einstellungen für das dargestellte Würfelnetz getroffen werden. So gibt es die Möglichkeit, die Färbung der Quadrate aufzuheben. Ebenfalls können die schwarzgefärbten Seiten der einzelnen Quadrate des Würfelnetzes neutralisiert werden. Auch die Markierung der Eckpunkte der einzelnen Quadrate kann beliebig an- und ausgeschaltet werden. Für die dritte Lernumgebung können zudem die Farben ausgewählt werden, die für das Färben des Würfelnetzes zur Verfügung stehen.

Die rechte Seite ermöglicht die genauere Auseinandersetzung mit dem dargestellten Objekt. Dabei bestehen verschiedene Interaktionsmöglichkeiten. Weitergehend sollen die drei Lernumgebungen und deren Interaktionsmöglichkeiten näher analysiert werden.

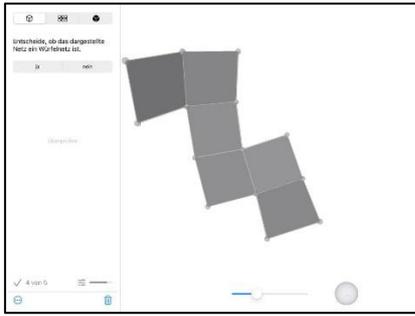


Abb. 16: Erste Lernumgebung der App „Klipp Klapp“

Das Würfelnetz, das bei der ersten Lernumgebung (vgl. Abb. 16) auf dem rechten Teil des Bildschirms erscheint, ist schon leicht vorgefaltet. Um das gefaltete Netz entsprechend zu veranschaulichen, ist es durch verschiedene Grautöne schattiert. Durch den Schieberegler, der sich in der unteren Mitte befindet, können die Schüler:innen „das Netz weiter zusammen- oder auseinanderfalten. Dadurch soll das *mentale Falten* nachhaltig und motivierend unterstützt werden“ (Kuzle & Etzold, 2017, S. 31). Dabei besteht die Möglichkeit alle Variationen von einem einfachen Würfelnetz zum komplett zusammengefalteten Würfel nachzustellen. Dafür müssen die Schüler:innen mit ihrem Finger den Bedienungspunkt des Schiebereglers berühren und diesen entsprechend der gewünschten Falt-richtung nach links oder rechts ziehen. Je weiter der Schieberegler nach rechts geschoben wird, desto weiter faltet sich das Würfelnetz zusammen. Dies funktioniert auch entsprechend konträr.

Zudem können die Schüler:innen die dargestellten Objekte auch drehen, vergrößern und verkleinern. Um die Objekte zu drehen, wird mit dem Finger über den Bildschirm gefahren. So können die mathematischen Objekte von allen Seiten aus betrachtet werden. Der Würfel damit später auch auf Überlappungen oder Lücken untersucht werden. Indem zwei Finger gleichzeitig aufgelegt und auseinandergezogen werden, kann das Würfelnetz vergrößert werden. Werden die Finger aufeinander zu bewegt, verkleinert es sich. Somit kann je nach Intention, eine Stelle des Würfelnetzes fokussiert oder ein besserer Überblick über das Würfelnetz gewonnen werden (Stein, 2017).

Anschließend kann die Lösung eingegeben werden. In der ersten Lernumgebung besteht die Möglichkeit auf die Aufgabenstellung „Entscheide, ob das dargestellte Netz ein Würfelnetz ist.“ die Antwort „ja“ oder „nein“ anzuklicken. Die

eingeegebene Antwort wird nicht sofort automatisch kontrolliert. Dies hat den Vorteil, dass die Schüler:innen ihre Antwort nochmals überdenken können. Durch die Antworteingabe wird die Überprüfungstaste aktiviert. Erst wenn das blaue Wort „überprüfen“ ausgewählt wird, erscheint im mittleren Bereich des linken Teilbildschirms die Rückmeldung. Ist die Antwort richtig, erscheint ein großer Haken. Wird ein Kreuz angezeigt, ist die Antwort falsch. Das direkte Feedback durch die App hat dabei eine motivierende Wirkung auf die Schüler:innen (Kuzle & Etzold, 2017). Zeitgleich wird im rechten Bildschirm das Zusammenfallen des Netzes animiert. Überlappen sich beim Zusammenfallen des Netzes zwei Seiten, werden diese rot markiert. Mit Hilfe des Schiebereglers können die Schüler:innen den Faltprozess nochmals selbst animieren. So können sie eigene Fehler nachvollziehen. Um die nächste Aufgabe auszuwählen, wird der blaue Schriftzug „neue Aufgabe“ berührt. Dann erscheint ein neues zufällig zusammengestelltes Netz auf der rechten Seite.

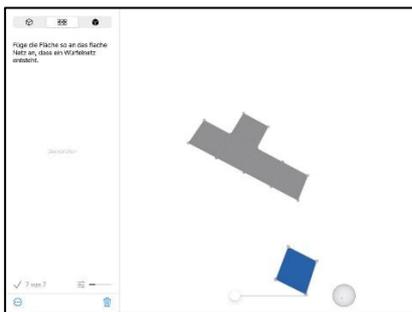


Abb. 17: Zweite Lernumgebung der App „Klipp Klapp“

In der zweiten Lernumgebung (vgl. Abb. 17) lautet die Aufgabenstellung: „Füge die Fläche so an das flache Netz an, dass ein Würfelnetz entsteht.“. Hierfür ist auf der rechten Seite des Bildschirms ein Netz aus fünf Quadraten abgebildet. Dieses ist – wie die Aufgabenstellung bereits vorgibt – nicht gefaltet. Darüber hinaus steht ein weiteres blau gefärbtes Quadrat zur Verfügung. Um dieses an das Netz anzufügen, muss das Quadrat angetippt, gedrückt gehalten und an der gewünschten Stelle wieder losgelassen werden. Zieht ein Kind das blaugefärbte Quadrat direkt auf ein anderes Quadrat des Netzes, so färben sich alle vier Seiten rot. Wird das Quadrat an eine Seite angefügt wird, sodass ein großes Quadrat aus vier kleinen Quadraten (2x2) entsteht, werden die beiden anliegenden Seiten rot gefärbt. Die Rotfärbung sorgt dafür, dass sich das Kind nochmals mit dem Objekt „Würfelnetz“ auseinandersetzt, die Regeln reflektiert und das Quadrat

anschließend an einer geeigneten Stelle anfügen kann (Stein, 2017). Erst wenn das Quadrat passend an das flache Netz angeheftet wird, lässt sich der Schieberegler verwenden. Neben dem Schieberegler können die Schüler:innen, wie bei der ersten Teilumgebung bereits ausführlich erläutert, durch das Zoomen und Drehen mit den Objekten interagieren. Danach kann die Aufgabe überprüft werden.

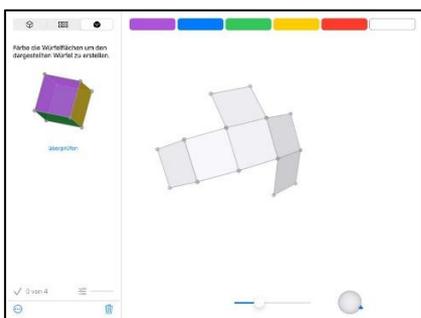


Abb. 18: Dritte Lernumgebung der App „Klipp Klapp“

Im dritten Teilbereich der App (vgl. Abb. 18) lautet die genaue Aufgabenstellung: „Färbe die Würfel[.] um den dargestellten Würfel zu erstellen.“ Dafür ist auf der linken Seite der gefärbte Würfel zu sehen. Auf der rechten Seite ist das zu färbende Würfelnetz dargestellt. Das Würfelnetz kann mit den im ersten Teilbereich beschriebenen Interaktionsmöglichkeiten sowohl gedreht, zusammengefasst als auch verkleinert und vergrößert werden. Der gefärbte Würfel auf der linken Seite lässt sich lediglich drehen. Dies kann mit einer bewegenden Geste des Fingers umgesetzt werden. So kann der Würfel aus allen Perspektiven betrachtet werden.

Auf dem rechten Bildschirm sind oben verschiedene Farben abgebildet. Um den Würfel zu färben, müssen die Schüler:innen eine Farbe antippen und diese nach unten zu dem gewünschten Quadrat ziehen. Hier wird der Bildschirm dann wieder losgelassen. Durch die weiße Farbe kann die Färbung einer Seite des Würfels bzw. einer Quadratfläche wieder aufgehoben werden. Wie bereits am Anfang des Kapitels kurz angedeutet, können dafür je nach gewünschtem Schwierigkeitsgrad auf der linken Seite des Bildschirms bis zu fünf Farben (lila, blau, grün, gelb, rot) ausgewählt werden. Das Netz kann sowohl im flachen als auch in jedem gefalteten Zustand gefärbt werden. Aufgrund dieser möglichen Bedingungen ist

die Aufgabe für alle Kinder geeignet. Nachdem das Würfelnetz gefärbt ist, kann die Lösung „überprüft“ werden.

Die in der App gebotenen Interaktionsmöglichkeiten bieten vielfältige Möglichkeiten zum Entdecken der mathematischen Objekte. Dabei weist besonders der Schieberegler ein großes Potential auf, die wechselseitige Verbindung des Zweidimensionalen zum Dreidimensionalen zu verdeutlichen. Durch die verschiedenen Unterstützungspotentiale können die Schüler:innen selbst entscheiden, wie viel Unterstützung sie dabei benötigen. So wird das räumliche Vorstellungsvermögen ausgehend von den Kenntnissen und Fähigkeiten der Schüler:innen gefördert. Hierbei sind somit für jedes Kind Erfolgserlebnisse möglich.

#### *4.6.3 Wie entwickelt sich die Interaktion?*

Da die Nutzung der App vor allem das räumliche Vorstellungsvermögen schulen soll, vollzieht sich die mathematische Handlung der Schüler:innen vorwiegend auf kognitiver Ebene. So müssen die Schüler:innen das Netz mental falten, um festzustellen, ob es sich um ein Würfelnetz handelt und wie sie es zu Ebendiesem ergänzen können. Darüber hinaus ist es notwendig, den zusammengefalteten Würfel mental zu drehen, um das Würfelnetz passend zu färben. (Stein, 2017)

Während die Schüler:innen dafür am Anfang vielerlei Unterstützungsmöglichkeiten verwenden können, sollen sie nach und nach zu kopfgeometrischen Aufgaben geführt werden. Dies kann am Beispiel von Senftleben (1996) beschrieben werden. Wie im Kapitel 4.5.4 beschrieben, teilt Senftleben die Übungen zur Kopfgeometrie in drei Phasen: die Aufgabenstellung, die Aufgabenbearbeitung und die Ergebnisdarstellung. Phase I und Phase III können dabei durch Materialien unterstützt werden, bevor diese nach und nach verringert werden und zur reinen Kopfgeometrie führen sollen.

In Phase I (der Aufgabenstellung) steht den Schüler:innen eine ikonische Darstellung des (Würfel-)netzes zu Verfügung. An diesem könnten kopfgeometrische Aufgaben unmittelbar vollzogen werden. Die App ermöglicht es, dass sich die Schüler:innen nochmals genauer durch die Interaktionsmöglichkeiten mit dem Schieberegler, dem Drehen und Zoomen mit dem gegebenen Netz auseinandersetzen können. An dieser Stelle stellt sich die Frage, inwieweit dieses Vorgehen schon in die Phase II eingreift, die ohne Hilfsmittel bearbeitet werden sollte. Durch

den Schieberegler und das Drehen bietet sich aber die Möglichkeit, die geforderte mentale Veranschaulichung nachzustellen. Dies bietet Schüler:innen, die noch nicht in der Lage sind die Aufgabe zu lösen, die Möglichkeit, die geforderte mentale Operation zu visualisieren (Huhmann, 2012). Die gezeigte Visualisierung kann von den Schüler:innen mental abgespeichert werden, sodass sie beim nächsten Mal eventuell in der Lage sind, die Operation ohne Hilfsmittel durchzuführen. Phase III stellt die Ergebnisdarstellung dar. Beim Überprüfen der Aufgabe wird in der App der Faltprozess des (Würfel-)Netzes nochmals animiert. So kann das Kind das Feedback selbst überprüfen und sich den animierten Faltvorgang genau anschauen. (Stein, 2017) Des Weiteren können die Schüler:innen sich durch das Drehen und Zoomen oder erneutes Falten die Aufgabe näher verdeutlichen.

Die App eignet sich folglich, um den Weg zu kopfgeometrischen Aufgaben anzubahnen. Im fortschreitenden Lernprozess können die Schüler:innen die Unterstützungsmöglichkeiten – vor allem des Schiebereglers – nur noch in dem Maße verwenden, wie sie es für das mentale Operieren benötigen.

#### *4.6.4 Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objekts geeignet?*

Die Entwickler:innen geben an, dass das Ziel der App die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens ist (Kuzle & Etzold, 2017). Das Thema Würfelnetze ist ein zentraler Lerngegenstand zur Förderung des Raumvorstellungsvermögens in der Grundschule (ebd.). Dies wird vor allem durch das Zusammenklappen des Würfelnetzes zu einem Würfel ermöglicht, durch welches der Zusammenhang zwischen dem Zwei- und Dreidimensionalen greifbarer wird (Huhmann, 2012). Digitale Apps dienen nicht zur Einführung und zum Sammeln erster Erfahrungen. Vielmehr können sie zum Üben und Vertiefen eines Lerninhalts eingesetzt werden (Ladel, 2017). Die Entwickler:innen betonen, dass Kinder ohne die grundlegend gewonnenen Erkenntnisse zunächst nochmals mit physischen Objekten arbeiten sollten (Kuzle & Etzold, 2017).

Nach der handelnden Erarbeitung mit Würfelnetzen wird in der 2. Stufe der Verinnerlichung (nach Aebli, 1983) meist mit ikonisch dargestellten „flachen“ Würfelnetzen gearbeitet. Die Studie von Huhmann (2012) zeigt, dass diese, statt das mentale Falten anzuregen, vielmehr zum Auswendiglernen verleiten. Seine

Forderungen an eine Lernumgebung, die das mentale Falten gewährleistet und das Zusammen- und Auseinanderfallen nachhaltig motiviert, wurden mit der App „Klipp Klapp“ umgesetzt (Kuzle & Etzold, 2017).

Die App „Klipp Klapp“ weist einige *Differenzierungsmöglichkeiten* auf. Aufgrund dessen ist sie für alle Schüler:innen unterschiedlicher Leistungsniveaus geeignet und bereitet sie schrittweise für kopfgeometrische Aufgaben (nach Senftleben, 1983) vor. Das größte Unterstützungspotential bietet der Schieberegler. Jedes Kind kann im Sinne der natürlichen Differenzierung selbst entscheiden, inwieweit es den Schieberegler verwenden möchte, um sich die Veranschaulichung des Würfelnetzes mental vorstellen zu können. Des Weiteren bieten aber auch die Interaktionsmöglichkeiten des Zoomens und Drehens eine Differenzierungsmöglichkeit. Die drei Teilumgebungen erfordern mit steigender Zahl eine immer komplexere und umfangreichere Denkleistung (vgl. Kapitel 4.6.1). Dies stellt eine weitere Differenzierung dar.

Darüber hinaus bietet die App Raum zum *entdeckenden Lernen*. Innerhalb der verschiedenen Teilumgebungen können die Schüler:innen sich frei mit den dargestellten Objekten auseinandersetzen. So bietet das Benutzen des Schiebereglers die Möglichkeit zu entdecken, wie die einzelnen Seiten beim animierten Falten gefaltet werden. Ebenfalls bietet die zweite Teilumgebung die Möglichkeit, das operative Prinzip nach Wittmann (1985) umzusetzen. So können die Kinder systematisch ausprobieren, an welchen Stellen das Quadrat angehängt werden kann. Dafür können sie den Schieberegler benutzen. Eines der Potentiale digitaler Medien liegen in der unmittelbaren Rückmeldung der gelösten Aufgabe (Ladel, 2018b). Das direkte Feedback dient darüber hinaus auch der Motivation (Kuzle & Etzold, 2017).

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die App für die Förderung der Raumvorstellung für alle Schüler:innen geeignet ist.

#### *4.6.5 Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?*

Die bereits genannten Aspekte der App (vgl. Kapitel 4.6.4) ermöglichen individuelles Arbeiten im Unterricht, ohne dass zwingend eine Aufgabenstellung der Lehrkraft benötigt wird. So können die Schüler:innen selbstständig ihre Kenntnisse und Fähigkeiten vertiefen. Eine Möglichkeit ist der Einsatz in

Übungssequenzen. Wenn alle Schüler:innen selbstständig am iPad arbeiten, eröffnet sich für die Lehrkraft die Möglichkeit, sich einzelnen Kindern zuzuwenden. Des Weiteren kann die App flexibel als Erweiterungsmaterial im Unterricht eingesetzt werden. Diese kann unabhängig vom Inhalt des Mathematikunterrichts über das Schuljahr verteilt immer wieder verwendet werden. Zudem kann die App „Klipp Klapp“ auch im Rahmen einer Stationenarbeit in der Übungsphase zum Thema Würfelnetze eingesetzt werden (ebd.).

Im Bildungsplan des Faches Mathematik der Grundschule (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016) wird „Kommunizieren“ als wichtige prozessbezogene Kompetenz beschrieben. So sollen Schüler:innen „ihre Überlegungen, Lösungsansätze und Lösungswege zu mathematischen Sachverhalten zunehmend mit mathematischen Fachbegriffen“ (ebd., S. 10) beschreiben. Deshalb bietet sich bei Verwendung der App auch eine Partnerarbeit an, bei der sich die Schüler:innen über verschiedene Lösungsstrategien oder Verwendungsmöglichkeiten austauschen können. Um mehr Interaktion unter den Kindern zu fördern, wäre es auch möglich eine „Bushaltestelle“ für den Austausch anzubieten. Eine weitere Option wäre es, Expert:innen zu bestimmen, die die anderen Schüler:innen bei Bedarf unterstützen können.

Die App zeigt später nur an, wie viele Aufgaben die Kinder (richtig) bearbeitet haben. Über den Punktbalken erhält die Lehrkraft dabei nur geringe Informationen darüber, inwieweit die Kinder die Unterstützungsmöglichkeiten wie den Schieberegler in Anspruch genommen haben (Stein, 2017). Folglich kann es sinnvoll sein, die Kinder durch gezielte Impulse an einen reflektierten Umgang mit der App zu erinnern.

Die Analyse mit dem ACAT-Review-Guide (vgl. Etzold, Kortenkamp, & Ladel, 2018) ergab, dass die App besonders dafür geeignet ist, die Teilkomponenten „Veranschaulichung“, „räumliche Beziehungen“ und „räumliche Orientierung“ des räumlichen Vorstellungsvermögens nach Maier (1999) zu fördern. Um die Aufgabe zu lösen, weisen die drei Teilumgebungen verschiedene Interaktionsmöglichkeiten mit den mathematischen Objekten auf. Diese bestehen hauptsächlich im Falten, Drehen und Zoomen des (Würfel-)Netzes bzw. des Würfels. Zu Beginn des Lernprozesses können diese vermehrt eingesetzt werden. Da sich die

mathematische Leistung des räumlichen Vorstellungsvermögens aber hauptsächlich auf mentaler Ebene vollzieht, sollen sich die Kinder im Handlungsverlauf von den Interaktionsmöglichkeiten lösen und so Schritt für Schritt zur Kopfgeometrie (nach Senftleben, 1996) geführt werden. Für die Entwicklung der App wurden motivationspsychologische, fachdidaktische und -wissenschaftliche Erkenntnisse berücksichtigt. Somit ist sie inhaltlich für den Unterricht geeignet. Darüber hinaus bieten sich durch das in der App ermöglichte individuelle Arbeiten viele Einsatzmöglichkeiten im Mathematikunterricht. Da die App weitgehend unerforscht ist, stellt sich an dieser Stelle die Frage, wie die Kinder die Potentiale der Interaktionsmöglichkeiten in der Praxis tatsächlich nutzen, um die Aufgabe zu bearbeiten. Dieser Frage soll im empirischen Teil nachgegangen werden.

## **5 Empirischer Teil**

### **5.1 Motivation für die Erprobung der App**

Da digitale Medien in allen Bereichen der Lebenswelt eine immer wichtigere Bedeutung einnehmen, spielt auch die Integration im Bildungsbereich eine zentrale Rolle. Nach Ladel (2018a) beinhalten diese ein großes Potential, um „mathematische Lehr- und Lernprozesse“ (ebd., S. 67) zu unterstützen. Folglich ist es sinnvoll zu betrachten, auf welche Art und Weise digitale Medien gewinnbringend im Unterricht eingesetzt werden können.

Wie bereits in Kapitel 4.1 ausführlich erläutert, hält das räumliche Vorstellungsvermögen nicht nur eine wichtige Rolle für den Mathematikunterricht und viele Bereiche des schulischen Lernens inne. Darüber hinaus spielt es eine große Rolle für die Lebensbewältigung und den Berufserfolg. Deshalb ist es wichtig, diese zentrale Fähigkeit im Mathematikunterricht möglichst effizient und zielführend zu fördern.

In der Theorie scheint die App „Klipp Klapp“ von Heiko Etzold geeignet zu sein, um das räumliche Vorstellungsvermögen – darunter besonders die Komponenten „Veranschaulichung“, „räumliche Beziehungen“ und „räumliche Orientierung“ nach Maier (1999) – spielerisch und unterstützend zu fördern. In der Praxis soll im Weiteren untersucht werden, wie die Schüler:innen die App tatsächlich verwenden. Dabei soll besonders auf die genutzten Interaktionsmöglichkeiten der App eingegangen werden, die zur Aufgabebearbeitung benutzt werden.

Im Folgenden soll zunächst das Ziel dieser Forschungsarbeit näher beschrieben werden. Anschließend wird die Leitfrage durch Unterfragen konkretisiert.

### **5.2 Ziel der Untersuchung**

In der mathematikdidaktischen Wissenschaft wird oft die Erforschung von „Schüler:innen]vorgehensweisen bei der Verwendung mathematikdidaktisch vielversprechend erscheinender Software“ betont (Walter, 2014, S. 129 nach Goodwin & Highfield, 2013; Harrass, 2007; Krauthausen, 2012; Ladel, 2017; Moyer-Packenham et al., 2015; Padberg & Benz, 2011; Schmidt-Thieme & Weigand, 2015, Urff, 2014). Im Rahmen der vorliegenden empirischen Forschung werden die von

den Schüler:innen genutzten Interaktionsmöglichkeiten in der App „Klipp Klapp“ genauer analysiert, die zum Bearbeiten der Aufgaben verwendet werden.

### *5.2.1 Forschungsfrage*

Die auf dem Ziel der Untersuchung basierende Leitfrage lautet: „Wie nutzen die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten mit dem mathematischen Objekt des (Würfel-)Netzes, um die Aufgaben der verschiedenen Teilumgebungen zu bearbeiten?“

Interaktion soll dabei definiert werden als der „Vorgang der Wechselwirkung zwischen Mensch und [Tablet]. Diese Wechselwirkung kann sowohl in Form von Kommunikation unter Verwendung einer geeigneten Sprache als auch in Form von Handlungen durch Bereitstellungen von Handlungsräumen in [Tablets] erfolgen“ (Herczeg, 2006, S. 39).

Die App bietet verschiedene Möglichkeiten der Interaktion. Im Rahmen der Studie sind folgende in Kapitel 4.6.2 beschriebene Interaktionen mit dem (Würfel-)Netz von zentraler Relevanz:

- 1) das Auseinander- und Zusammenfallen mit dem Schieberegler
- 2) das Drehen
- 3) das Zoomen

### *5.2.2 Unterfragen*

Um die Leitfrage beantworten zu können, werden folgende Unterfragen genauer ausgewertet:

- 1) Welche Interaktionsmöglichkeiten werden genutzt?
- 2) Wann benutzen die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten?
- 3) Wann und in welcher Kombination verwenden die einzelnen Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten?
- 4) Sind Änderungen im Nutzungsverhalten erkennbar?

## **5.3 Konzeption der Untersuchung**

Die Studie ist methodisch der qualitativen Forschung zuzuordnen, da die Nutzungsweisen der Schüler:innen bei der Verwendung der App „Klipp Klapp“ näher analysiert werden. Diese Forschungsweise unterscheidet sich von der

quantitativen Forschung, die die Produktorientierung fokussiert (Bortz & Döring, 2006). Bei der qualitativen Forschung unterscheiden Bortz und Döring (ebd.) zwei zentrale qualitative Datenerhebungsmethoden: die qualitative Befragung und Beobachtung. Bei dieser Studie handelt es sich um eine teilnehmende Beobachtung (Schwinghammer, 2018). Dies ermöglicht, dass bei Bedarf Fragen gestellt werden können. Wichtig hierbei ist es, dass ein geeignetes Verhältnis zwischen Nähe und Distanz angestrebt und bewahrt wird. Zudem sollen die Schüler:innen zum lauten Denken animiert werden. So können Einblicke in die mentalen Prozesse der Schüler:innen gewonnen werden.

#### **5.4 Aufbau und Ablauf der Untersuchung**

Die vorliegende Untersuchung wurde in der dritten Klasse einer einzügigen Grundschule durchgeführt. Um die App „Klipp Klapp“ zu verwenden, ist es wichtig, dass Schüler:innen schon Primärerfahrungen mit haptischen Würfelnetzen gesammelt und so grundlegende Erkenntnisse erworben haben (Kuzle & Etzold, 2017). Im Rahmen des Mathematikunterrichts führte die Klassenlehrerin das Thema „Würfelnetze“ ein. Dabei wurde auf das vielfältige Handeln und Operieren mit konkreten Materialien geachtet. Weitergehend wurde bereits mit Würfelnetzen auf bildlicher Ebene gearbeitet.

Apps sind Arbeitsmittel, die der „bedachten Einführung und Begleitung“ (Urff, 2014, S. 321) bedürfen. Deshalb wurde die App zunächst im Unterricht mit allen Kindern eingeführt. Nach einer kurzen Einführung bekamen die Kinder Zeit, sich frei mit dieser auseinanderzusetzen. Dies sollte dafür sorgen, dass die Kinder sich bei Bedarf spielerisch austoben konnten und sich im weiteren Verlauf auf den inhaltlichen Aspekt der App konzentrieren. Zudem konnten während dieser Zeit die Kinder und deren Umgang mit der App beobachtet und so Schüler:innen mit verschiedenen Leistungsniveaus herausgesucht werden.

Für die Untersuchung wurden vier Kinder mit verschiedenen Leistungsniveaus ausgewählt. Diese wurden in einem Zeitraum von einer Woche dreimal einzeln aus dem Unterricht herausgenommen, um für zehn bis 15 Minuten mit der App zu arbeiten. Die Kinder durften frei mit der App arbeiten. Hierfür wurde ein freistehendes Klassenzimmer genutzt. So waren die Kinder in ihrer gewohnten Umgebung und konnten sich während der Studie vollständig auf die Arbeit mit der

App konzentrieren. Da die Kinder einzeln im separaten Nebenraum arbeiteten, handelt es sich bei dieser empirischen Untersuchung um eine Laborforschung. Dabei werden die Daten zielgerichtet unter kontrollierten Bedingungen erhoben. Dies hat „den Vorteil, dass umgebungs- bzw. untersuchungsbezogene Störvariablen beeinflussbar sind“ (Bortz & Döring, 2006, S. 206). Somit kann die interne Validität gesteigert werden (ebd.). Die qualitative Beobachtung wurde mit einer Videokamera aufgezeichnet.

An dieser Stelle soll angefügt werden, dass es sinnvoller gewesen wäre, die Kinder zu zweit an einem oder zwei iPads arbeiten zu lassen. So hätten sie sich auf natürliche Art und Weise miteinander über die Aufgaben austauschen können und ihre mentalen Vorgänge und Lösungswege wären hierbei offenbart worden.

### **5.5 Begründung der Auswahl der Kinder**

Für die Studie wurden ursprünglich 6 Kinder mit verschiedenen Leistungsniveaus ausgesucht. Da im vereinbarten Zeitraum der Studie die meisten Kinder der Klasse krank waren, beschränkte sich die Auswahl auf eine kleine Anzahl. Die ausgewählten Kinder sind: Kind 1, Kind 2, Kind 3 und Kind 4. Während Kind 1 und Kind 2 sehr gute Schüler:innen mit einem sehr gut ausgeprägten räumlichen Vorstellungsvermögen sind, sind Kind 3 und Kind 4 im mittleren bzw. unteren mittleren Leistungsbereich anzusiedeln. Folglich können die ausgewählten Schüler:innen kein breites Leistungsspektrum abdecken. Dennoch können aus der Arbeit der Kinder mit der App einige Erkenntnisse gefolgert werden.

### **5.5 Datenauswertung**

Anschließend an die Datenerhebung wurden die Videosequenzen nochmals vollständig gesichtet und in Anlehnung an Langer (2010) transkribiert. Diese Transkriptionen dienen als Grundlage für die weiterfolgende Auswertung. Da sich die Untersuchung vor allem mit den von den Kindern genutzten Interaktionsmöglichkeiten beschäftigt, werden dabei auch die Vorgehensweisen der Schüler:innen beschrieben. Einige für die Untersuchung relevante Stellen des Transkripts sind als Abbildungen im Folgenden dargestellt. Die vollständige Transkription kann im Anhang eingesehen werden.

Im Anschluss wird das Datenmaterial mit der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) ausgewertet. Dabei werden drei Grundformen des Interpretierens unterschieden: Die Zusammenfassung, die Explikation und die Strukturierung.

Die geringe Teilnehmeranzahl an der Forschung könnte die externe Validität negativ beeinflusst haben. Da es sich in dieser Bachelorarbeit jedoch um eine qualitative Forschung handelt, die das individuelle Verhalten von Personen untersucht, erfüllt die Forschung dennoch die Anforderungen an Gütekriterien der internen Validität und Reliabilität. Anhand der Transkription werden Handlungen und Gesprochenes für die Leser:in transparent gemacht. Somit ist auch die Objektivität gewährleistet.

Die App enthält 3 Teilumgebungen wie im Kapitel 4.6.1 bereits näher beschrieben:

- 1) „Würfel oder nicht?“
- 2) „Bau ein Würfelnetz.“
- 3) „Jetzt wird's bunt!“

Da die zu erfüllende Aufgaben dieser Lernumgebungen variieren und teils unterschiedliche Teilkomponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens beanspruchen, wurden diese in der Datenauswertung einzeln betrachtet.

## 5.6 Untersuchungsergebnisse

### 5.6.1 Welche Interaktionsmöglichkeiten werden genutzt?

Die unten dargestellte Tabelle stellt die Häufigkeit der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten der Schüler:innen bei der Arbeit mit der App dar. Die Prozentangaben wurden dabei auf eine Nachkommastelle gerundet. Dies führt dazu, dass die Summe der Häufigkeiten entweder genau oder gerundet 100 Prozent ergeben.

Bei der Auswertung der dargestellten Daten ist erkennbar, dass das Zoomen sehr selten verwendet wurde. Die Drehfunktion wurde dementsprechend häufig eingesetzt. Das Falten mit dem Schieberegler kam zu 37,5 % vor.

Interaktionsmöglichkeiten in der App	Zusammen- und Auseinanderfallen mit dem Schieberegler	Drehen	Zoomen	Gesamt
Anzahl der Benutzung (n =)	167	272	6	445
Prozent	37,5	61,1	1,3	100

Tab. 4 Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten

Des Weiteren kann genauer betrachtet werden, wie häufig die Interaktionsmöglichkeiten in den einzelnen Teilumgebungen verwendet wurden.

#### Teilumgebung 1

Interaktionsmöglichkeiten in der App	Zusammen- und Auseinanderfallen mit dem Schieberegler	Drehen	Zoomen	Gesamt
Anzahl der Benutzung (n =)	71	121	2	194
Prozent	36,6	62,4	0,1	100

Tab. 5 Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten in Teilumgebung 1

### Teilumgebung 2

Interaktionsmöglichkeiten in der App	Zusammen- und Auseinanderfallen mit dem Schieberegler	Drehen	Zoomen	Gesamt
Anzahl der Benutzung (n =)	41	41	1	83
Prozent	49,4	49,4	0,1	100

Tab. 6 Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten in Teilumgebung 2

Bei der Analyse wurde in Teilumgebung 3 nur das Drehen an dem zusammenfaltbaren Würfelnetz betrachtet. Das Drehen des vorgegebenen gefärbten Würfels wurde nicht gezählt.

### Teilumgebung 3

Interaktionsmöglichkeiten in der App	Zusammen- und Auseinanderfallen mit dem Schieberegler	Drehen	Zoomen	Gesamt
Anzahl der Benutzung (n =)	55	110	3	168
Prozent	32,7	65,5	1,8	100

Tab. 7 Häufigkeiten der genutzten Interaktionsmöglichkeiten in Teilumgebung 3

In den Teilumgebungen 1 und 3 ist erkennbar, dass das Drehen deutlich häufiger als das Zusammen- und Auseinanderfallen mit dem Schieberegler verwendet wurde. In Teilumgebung 2 werden die beiden Interaktionsmöglichkeiten gleich oft verwendet. Das Zoomen wird unabhängig von den Teilumgebungen sehr selten benutzt.

Da das Zoomen in der App keine bedeutende Funktion innezuhalten scheint, soll im weiteren Verlauf vor allem auf das Drehen und das Falten mit dem Schieberegler eingegangen werden.

Im Folgenden wird untersucht, wann die einzelnen Interaktionsmöglichkeiten zum Einsatz kommen.

### *5.6.2 Wann benutzen die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten?*

Wie in Kapitel 4.5.4 bereits ausführlich erläutert, unterteilt Senftleben (1996) das Lösen kopfgeometrischer Aufgaben in drei Phasen: die Aufgabenstellung, die Aufgabenbearbeitung und die Ergebnisdarstellung. Die App „Klipp Klapp“ bietet durch ihre vorhandenen Interaktionsmöglichkeiten das Potential, diese Phasen zu unterstützen. Interaktionsmöglichkeiten, die verwendet werden, um sich genauer mit dem Netz auseinanderzusetzen, werden so in die Phase I eingeordnet. Hier kann das Drehen, das Zoomen und das Aufschieben des (vorgefalteten) Netzes eingeordnet werden. In die Phase II werden Interaktionsmöglichkeiten eingeordnet, die für die Veranschaulichung des mentalen Prozesses benutzt werden. Hier kann das Zusammenschieben des Netzes und das in dem Zuge verwendete Drehen und Zoomen eingeordnet werden. Interaktionsmöglichkeiten, die für die genauere Analyse des Ergebnisses verwendet werden, werden in die Phase III einsortiert. Darunter fallen das Zusammen- und Auseinanderschieben mit dem Schieberegler, das Drehen und das Zoomen, nachdem die Schüler:in das Ergebnis bereits überprüft hat.

Angelehnt an die Phasen der Kopfgeometrie nach Senftleben (1996) soll im Folgenden der Einsatz der verschiedenen Interaktionsmöglichkeiten genauer untersucht werden. Dafür werden die einzelnen von den Schüler:innen bearbeiteten Aufgaben der Teilumgebungen, in die aus den Vorüberlegungen und der Theorie entwickelten Kategorien eingeordnet (nach Mayring, 2015). Hierbei wurde lediglich darauf geachtet, in welchen Phasen die Interaktionsmöglichkeiten genutzt wurden. Die Anzahl der Verwendungen in den jeweiligen Phasen wurde dabei vernachlässigt. Um die Aufgaben, die nicht nur in eine Kategorie eingeordnet werden können, darzustellen, wurde dementsprechend die Gesamtmenge der einzelnen Aufgaben um die Mehrfachverwendungen erhöht. Die 171 bearbeiteten Netze (Aufgaben) verteilen sich auf die 3 Teilumgebungen. So befinden sich grundlegend 77 Aufgaben in der ersten Teilumgebung, 62 Aufgaben in der zweiten Teilumgebung und 32 Aufgaben in der dritten Teilumgebung. Die

Gesamtmenge der Aufgaben besteht folglich aus der Anzahl der Aufgaben und Anzahl der mehrfach verwendeten Kategorien.

*Wann benutzen die Schüler:innen den Schieberegler?*

	gar nicht	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt
<b>Teilumgebung 1</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	19	30	28	9	86 (77 + 9)
Prozent	24,7	39,0	36,4	11,7	111,8
<b>Teilumgebung 2</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	41	0	19	2	62 (62 + 0)
Prozent	66,1	0	30,6	3,2	100
<b>Teilumgebung 3</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	5	15	10	4	34 (32 + 2)
Prozent	15,6	46,9	31,3	12,5	106,3

Tab. 8 Häufigkeiten der Benutzung des Schiebereglers in den verschiedenen Teilumgebungen

Aus den Ergebnissen der Tabelle geht hervor, dass der Schieberegler in jeder Aufgabe meist ausschließlich in einer Phase verwendet wird, so weicht die Gesamtanzahl der Aufgaben nur um 11 Aufgaben ab.

In Teilumgebung 1 wird der Schieberegler mit annähernd gleicher Häufigkeit in Phase I und Phase II verwendet. In 24,7% der Aufgaben wird der Schieberegler nicht verwendet. In Phase III wird der Schieberegler nur in 9 Aufgaben verwendet.

In Teilumgebung 2 wird der Schieberegler in 66,1% der Aufgaben nicht verwendet. In Phase II wird dieser in 30,6% der Aufgaben benutzt. Der Schieberegler wird in Phase III selten genutzt.

In Teilumgebung 3 wird der Schieberegler mit 46,9% meist in Phase I verwendet. Gefolgt von Phase II, in der der Schieberegler in 31,3% der Fälle gebraucht wird. In 15,6% der Fälle benutzen die Schüler:innen den Schieberegler nicht. Der Schieberegler wird selten in Phase III verwendet.

*Wann benutzen die Schüler:innen das Drehen?*

	gar nicht	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt
<b>Teilumgebung 1</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	5	60	18	29	112 (77+35)
Prozent	6,5	77,9	23,4	37,7	145,5
<b>Teilumgebung 2</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	38	17	8	8	71 (62+9)
Prozent	61,3	27,4	12,9	12,9	115
<b>Teilumgebung 3</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	4	24	11	8	47 (32+15)
Prozent	12,5	75,0	34,4	25,0	147

Tab. 9 Häufigkeiten der Benutzung des Drehens in den verschiedenen Teilumgebungen

In Teilumgebung 1 wurde mit 77,9 % das Drehen in den meisten Aufgaben in Phase I verwendet. In 18 Aufgaben wurde das Drehen verwendet, um sich genauer mit dem Faltprozess auseinander zu setzen. Das Drehen in Phase III wurde mit 37,7% dementsgegen öfters verwendet. In 6,5% der Fälle wurde das Drehen nicht verwendet.

In Teilumgebung 2 wurde das Netz in 61,3% der Aufgaben nicht gedreht. In 17 von 62 Aufgaben wurde das Drehen in Phase I verwendet. In den Phasen II und III wurde die Drehfunktion mit jeweils 12,9% in gleich vielen Aufgaben verwendet.

In Teilumgebung 3 wurde das Drehen mit 75,0% am meisten in Phase I verwendet. In elf Aufgaben wurde die Drehfunktion dafür verwendet, um den Faltvorgang näher erkunden zu können. In 25% der Aufgaben wurde das Drehen in Phase III verwendet.

*Wann benutzen die Schüler:innen das Zoomen?*

	gar nicht	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt
<b>Teilumgebung 1</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	75	2	0	0	77
Prozent	97,4	2,6	0	0	100
<b>Teilumgebung 2</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	61	1	0	0	62
Prozent	98,4	1,6	0	0	100
<b>Teilumgebung 3</b>					
Anzahl der Aufgaben (n=)	29	3	0	0	32
Prozent	90,6	9,4	0	0	100

Tab. 10 Häufigkeiten der Benutzung des Zoomens in den verschiedenen Teilumgebungen

Die wenigen Fälle, in denen das Zoomen verwendet wurden, können unabhängig von der Teilumgebung alle in Phase I eingeordnet werden.

In den dargestellten Auswertungen kann lediglich herausgelesen werden, wann die einzelnen Interaktionen in den verschiedenen Aufgaben der Teilumgebungen eingesetzt werden. Dabei kann aber nicht erkannt werden, wie oft die Interaktionsmöglichkeiten vorkommen und wie sie miteinander kombiniert werden. Deshalb sollen im Folgenden die Verwendungsweisen der Schüler:innen bei der Aufgabenbearbeitung zusammenfassend beschrieben werden. Da die

Transkriptionen nur schwer einen Überblick geben können, wurde zusätzlich eine Tabelle erstellt. Diese Tabelle stellt die einzelnen Netze, die in den unterschiedlichen Teilumgebungen bearbeitet wurden, dar. Dabei wurden die einzelnen Interaktionen in die verschiedenen Phasen nach Senftleben (1996) eingeordnet. Diese ist im Anfang 8.1 aufzufinden.

### 5.6.3 Wann und in welcher Kombination verwenden die einzelnen Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten?

Im Folgenden soll anhand der verschiedenen Teilumgebungen näher untersucht werden, wann und in welcher Kombination die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten zum Lösen der Aufgaben verwenden. Die Verwendungsweise wird hier zusammenfassend anhand von Beispielen beschrieben. Da das Zoomen eine untergeordnete Rolle spielt, soll es im Folgenden vernachlässigt werden.

#### *Teilumgebung 1*

In der ersten Teilumgebung verwendet Kind 1 die Interaktionsmöglichkeiten vor allem in der Phase I nach Senftleben (1996). Dabei setzt sie sich ausführlich mit dem vorliegenden Netz auseinander. Meist dreht sie es zunächst so, dass alle Flächen des Netzes sichtbar sind. Anschließend schiebt sie es mit dem Schieberegler auseinander. Danach dreht sie es nochmals in der Lage der Ebene (vgl. Abb. 19). Nur einzelne Netze, bei denen sie sich nicht sicher ist, faltet sie mit dem Schieberegler langsam zusammen (vgl. Abb. 20). Bei den meisten Netzen benötigt sie die Interaktionsmöglichkeiten der App nicht für die Lösungsfindung. Einen Teil davon löst sie über die ihr verfügbaren mentalen Repräsentationen der Netze (vgl. Abb. 19). In anderen Fällen faltet sie das Würfelnetz mental zusammen.

Gelegentlich überprüft sie die gelöste Antwort. Dafür verwendet sie meist die Drehfunktion.

#### 20 **Netz 4**

- 21 S1: ((Dreht das Netz, sodass alle Flächen des Netzes sichtbar sind. Schiebt es  
22 mit dem Schieberegler auseinander. Dreht das Netz nochmals.)) (3) Hm, die  
23 Form hab ich schon oft gesehen. Das geht nicht. ((Überprüft die eingegebene  
24 Antwort.))

Abb. 19: Bearbeitung Kind 1 Netz 4 (eigenes Material)

- 6 **Netz 2**  
 7 S1: ((Tippt mit den Fingern auf dem Netz herum. Wählt die Antwort „ja“ aus.))  
 8 Hm (3) Ich weiß jetzt auch nicht. ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler  
 9 zusammen. Dreht es. Schiebt es mit dem Schieberegler wieder auseinander.))  
 10 Das geht nicht. ((Wählt die Antwort „nein“ aus und überprüft die Aufgabe.))

Abb. 20: Bearbeitung Kind 1 Netz 2 (eigenes Material)

Kind 2 verwendet in der ersten Teilumgebung überwiegend das Drehen. Die Drehfunktion setzt sie vermehrt in der Phase I ein, um sich genauer mit dem Würfelnetz auseinanderzusetzen. So dreht sie in Abbildung 21 das Netz zunächst so, dass alle Flächen zu sehen sind. Ein wenig im Anschluss dreht sie das Netz in eine andere Lage im Raum. Lediglich einmal verwendet sie den Schieberegler, um sich den mentalen Faltvorgang nochmals zusätzlich zu veranschaulichen. Abgesehen davon, faltet sie das vorgegebene Netz überwiegend im Kopf. Dies kann aus ihrer Aussage: „Da ist dann gar nichts und dann überklappts da.“ (Z. 270) abgeleitet werden. In vielen Fällen dreht sie das entstandene Objekt nach der Ergebnisüberprüfung nochmals.

- 268 **Netz 47**  
 269 S2: ((Dreht das Netz, sodass sie alle Flächen sehen kann.)) Ne, ich glaub nicht.  
 270 Da ist dann gar nichts und dann überklappts da. ((Zeigt auf die jeweiligen  
 271 Stellen. Dreht das Netz in eine andere Raumlage.)) Ja das überklappt dann.  
 272 Das geht nicht. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht das entstandene  
 273 Objekt nochmals ein Stück, sodass die übereinander gefalteten und die leere  
 274 Seite sichtbar sind.))

Abb. 21: Bearbeitung Kind 2 Netz 47 (eigenes Material)

Kind 3 verwendet am Anfang das Drehen zunächst nur, um sich einen besseren Überblick zu verschaffen. Anschließend schiebt sie das (Würfel-)Netz langsam mit dem Schieberegler zusammen und dreht es gelegentlich. Der Abbildung 22 lässt sich entnehmen, dass sie den Schieberegler gar nicht unbedingt benötigt. So kann sie sich das Netz zuvor schon vorstellen und kann dieses selbst mental falten: „Ne. Eigentlich sehe ich auch so schon, dass die beiden Seiten sich überklappen. Und da ist dann ein Loch“ (Z. 571f.).

Im weiteren Verlauf ist erkennbar, dass sie immer mehr Interaktionen in der Orientierungsphase verwendet und den benötigten mentalen Faltvorgang entweder

im Kopf durchführt oder durch eine mentale Repräsentation ersetzt. So überprüft sie nur gelegentlich mit dem Schieberegler Netze, bei denen sie sich etwas unsicher ist (vgl. Abb. 23). Das gelöste Ergebnis überprüft sie nur selten nochmals.

567 **Netz 90**  
568 S3: ((Rotiert das Netz, sodass es ganz sichtbar ist. Schiebt dann langsam das  
569 Netz mit dem Schieberegler zusammen.))  
570 L: Brauchst du den Schieberegler?  
571 S3: Ne. Eigentlich sehe ich auch so schon, dass die beiden Seiten sich  
572 überklappen. Und da ist dann ein Loch. ((Zeigt mit ihrem Finger an die  
573 jeweiligen Stellen. Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht den Würfel, bis die  
574 sich überlappenden Seiten zu sehen sind.))

Abb. 22: Bearbeitung Kind 3 Netz 90 (eigenes Material)

709 **Netz 110**  
710 S3: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler auf.)) (3) Das geht nicht. Da ist  
711 kein Dach. ((Schiebt mit dem Schieberegler das Netz langsam zusammen.))  
712 Hab ich doch gewusst. ((Dreht das entstandene Objekt.)) Da stehen welche  
713 über und da ist ein Loch. ((Überprüft die eingegebene Antwort.))

Abb. 23: Bearbeitung Kind 3 Netz 110 (eigenes Material)

Die meisten Interaktionen von Kind 4 befinden sich nach Senftleben (1996) in Phase II. So benutzt er meist unmittelbar den Schieberegler, um das (Würfel-)Netz zusammenzufalten (vgl. Abb. 24). Anschließend dreht er das entstandene, zusammengefaltete Objekt. Auf dieser Grundlage trifft er die Entscheidungen, ob es sich bei dem Netz um einen Würfel handelt. Ohne Schieberegler ist es ihm an dieser Stelle noch nicht möglich, die Aufgabe zu lösen. So löst er die Aufgabe in Abbildung 25 falsch. Im weiteren Verlauf wird das Drehen in der ersten Phase mehr und die Interaktionsmöglichkeiten zu Veranschaulichung werden weniger verwendet.

802 **Netz 124**  
803 S4: ((Faltet das Netz mit dem Schieberegler schnell komplett zusammen. Dreht  
804 das Objekt anschließend. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))  
805 L: Warum war das kein Würfelnetz?  
806 S4: Weil da noch offen ist.

Abb. 24: Bearbeitung Kind 4 Netz 124 (eigenes Material)

816 **Netz 127**

817 L: Bevor du jetzt wieder den Schieberegler komplett verwendest. Überlege dir  
818 mal, brauchst du ihn?

819 S4: Na gut. ((Dreht das Würfelnetz mit dem Finger hin und her. Löst die  
820 Aufgabe und überprüft sie. Diese ist falsch.)) Nein. ((Dreht den  
821 zusammengefalteten Würfel nochmals gezielt.)) Hä. Ok, da ist kein Loch.

Abb. 25: Bearbeitung Kind 4 Netz 127 (eigenes Material)

## Teilumgebung 2

In der zweiten Teilumgebung nutzt Kind 1 kaum Interaktionen. So löst sie viele Aufgaben, ohne die Interaktionsmöglichkeiten zu verwenden. Aus ihrer Aussage „Naja, ich kenn die halt gut.“ (Z. 66) kann gefolgert werden, dass sie bereits über eine mentale Repräsentation verfügt und so die Netze schnell ergänzen kann (vgl. Abb. 26). Netze, die sie nicht kennt, überprüft sie durch mentales Falten. Wenige Male benutzt sie das Drehen, um das Netz in eine andere Lage der Ebene zu verändern. Zwei Mal hängt sie ein Quadrat an und überprüft mit dem Schieberegler, ob dabei ein Würfelnetz entsteht. Selten verwendet sie die Interaktionen des Drehens und des Schiebereglers, um das Netz zu überprüfen.

62 **Netz 14**

63 S1: ((Zieht das Quadrat schnell an eine Stelle des Netzes. Überprüft die  
64 Aufgabe.))

65 L: Wie geht das denn so schnell bei dir? Wie machst du das?

66 S1: Naja, ich kenn die halt gut.

Abb. 26: Bearbeitung Kind 1 Netz 14 (eigenes Material)

Kind 2 verwendet die wenigen Interaktionsmöglichkeiten ausschließlich in der ersten Phase, um das Netz in eine andere Lage der Ebene zu drehen. Sie fügt das Quadrat so an, wie sie es aus ihrer Vorstellung bereits kennt (vgl. Abb. 27) oder überprüft das angefügte Netz durch mentales Falten (vgl. Abb. 28).

305 **Netz 54**

306 S2: ((Fügt das Quadrat gezielt an einer Stelle an.))

307 L: Wie konntest du das so schnell anfügen?

308 S2: Ich kenn die Formen halt. Das weiß ich halt. ((Überprüft die Aufgabe.))

Abb. 27: Bearbeitung Kind 2 Netz 54 (eigenes Material)

398 **Netz 68**

399 S2: ((Zieht Quadrat an verschiedene Stellen.)) So könnte es gehen. Vorne.  
400 Hinten. Unten. Links. Oben. Rechts. ((Deutet entsprechend mit ihren Fingern  
401 auf die Flächen des Würfels. Überprüft die Aufgabe.))

Abb. 28: Bearbeitung Kind 2 Netz 68 (eigenes Material)

Kind 3 benutzt das Drehen gelegentlich in der Orientierungsphase, um das Netz in eine andere Lage der Ebene zu ziehen. Sehr häufig fügt sie das Quadrat an das Netz und überprüft mit dem Schieberegler im Anschluss, ob dabei ein Würfel entsteht. Selten verwendet sie darüber hinaus im Anschluss das Drehen, um sich das überprüfte Ergebnis nochmals zu veranschaulichen. (vgl. Abb. 29)

608 **Netz 97**

609 S3: ((Dreht das Netz zunächst. Fügt das Netz an einer Stelle an.)) So könnte es  
610 gehen. ((Faltet das Würfelnetz langsam mit dem Schieberegler zusammen.  
611 Überprüft die Aufgabe.))

Abb. 29: Bearbeitung Kind 3 Netz 97 (eigenes Material)

In Teilumgebung 2 verwendet Kind 4 bei vielen Netzen den Schieberegler, um zu überprüfen, ob sich das entstandene Netz zu einem Würfel zusammenfalten lässt (vgl. Abb. 30). Einzelne Aufgaben kann er auch ohne den Gebrauch von Interaktionsmöglichkeiten lösen. Seine Aussage: „Das kenn ich.“ (Z. 967) verrät, dass er hier auf die mentale Repräsentation zurückgreifen kann (vgl. Abb. 31).

886 **Netz 139**

887 L: Findest du noch eine neue Möglichkeit?

888 S4: Nochmal eine Möglichkeit? Wie ist das möglich? So vielleicht? ((Zieht das  
889 Quadrat an die Stelle oberhalb des vorherigen Quadrats. Faltet es mit dem  
890 Schieberegler zusammen.)) Ich habs, ich habs. ((Löst die Aufgabe und  
891 überprüft sie.))

Abb. 30: Bearbeitung Kind 4 Netz 139 (eigenes Material)

966 **Netz 149**

967 S4: ((Zieht Quadrat gezielt an eine geeignete Stelle.)) (2) Das kenn ich.  
968 ((Überprüft die Aufgabe.))

Abb. 31: Bearbeitung Kind 4 Netz 149 (eigenes Material)

### Teilumgebung 3

In Teilumgebung 3 verwendet Kind 1 die Interaktionsmöglichkeiten des Schiebereglers und des Drehens, um sich mit dem Würfelnetz näher auseinanderzusetzen. Um die Aufgabe zu lösen, dreht sie lediglich am gefärbten Würfel. Das Würfelnetz bleibt dabei in der Ausgangsposition. Nachdem sie die Aufgabe überprüft hat, dreht sie den entstandenen Würfel meist anschließend.

- 99 **Netz 19**
- 100 S1: ((Dreht den Würfel, sodass alle gefärbten Seiten zu sehen sind. Faltet das  
101 Würfelnetz mit dem Schieberegler ganz auf.))
- 102 S1: Wieso klappst du das eigentlich immer auf?
- 103 L: Dann seh ich es besser.
- 104 S1: ((Dreht das Würfelnetz, sodass sich die Lage im Raum verändert. Dreht  
105 Würfel eins nach oben, dann zwei nach unten und wieder eins nach oben.  
106 Dreht Würfel eins nach unten und nach oben.)) Das da blau. ((Färbt die Fläche  
107 blau.)) Das vorne ist lila. ((Färbt eine Fläche lila. Dreht den Würfel nach links.  
108 Färbt eine Fläche gelb.)) Das gelb. ((Dreht den Würfel zwei nach rechts.)) Lila  
109 dann rot. ((Färbt die Fläche rot. Dreht den Würfel nach eins nach oben und  
110 zurück.)) Das hinten ist lila. ((Dreht den Würfel eins nach oben.)) Das oben ist  
111 grün. ((Färbt die Fläche des Würfels gelb. Überprüft die Aufgabe. Dreht den  
112 Würfel.)) Ach da oben gelb geht auch. Ich habs jetzt halt so hingestellt.

### Abb. 32: Bearbeitung Kind 1 Netz 19 (eigenes Material)

Bei der Bearbeitung der dritten Teilumgebung verwendet Kind 2 zweimal eine besondere Strategie. Dafür dreht sie das Würfelnetz zunächst, sodass dieses besser sichtbar ist. Anschließend dreht sie dieses ein weiteres Mal. Im Anschluss schiebt sie das Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen. Die erste Seite färbt sie direkt am Würfel ein. Bei den nächsten Seiten vergleicht sie zunächst mit dem gefärbten Würfel, dann schiebt sie den Würfel auseinander. Dabei verfolgt sie mit ihrem Finger, wo die Fläche sich hinbewegt. Anschließend färbt sie die Fläche im aufgefalteten Zustand. Schiebt danach das Würfelnetz wieder zusammen und wiederholt den Vorgang. Im Anschluss richtet sie das Würfelnetz durch das Drehen und den Schieberegler nur aus und färbt das Würfelnetz, ohne, dass sie den Schieberegler benutzt.

327 **Netz 59**  
 328 S2: ((Rotiert das Würfelnetz etwas. Dreht den Würfel. Dreht das Würfelnetz.  
 329 Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen.)) Emilie hat mir mal  
 330 was erklärt. Das ist blau. ((Färbt Vorderseite des Würfels blau. Dreht den Würfel  
 331 etwas, sodass sie die obere Fläche auch sehen kann. Schiebt den  
 332 Schieberegler mit dem Würfel auseinander. Verfolgt mit dem Finger die Seite  
 333 des Würfels.)) Dann ist das da grün. ((Färbt die entsprechende Seite grün.  
 334 Schiebt mit dem Schieberegler das Würfelnetz wieder zusammen. Dreht den  
 335 zusammengesetzten Würfel nach hinten. Dreht den vorgegebenen Würfel  
 336 nach hinten. Schiebt mit dem Schieberegler das Würfelnetz auf. Verfolgt dabei  
 337 die rote Seite.)) Dann ist das da rot. ((Zeigt mit dem Finger auf das Quadrat.  
 338 Färbt es rot. Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler wieder zusammen.  
 339 Dreht es.)) Hä. ((Dreht vorhandenen Würfel nach unten und hinten.)) Ah dann  
 340 blau. ((Schiebt den Würfel auseinander. Färbt die entsprechende Fläche blau.  
 341 Dreht den gefärbten Würfel nach rechts. Schiebt mit dem Schieberegler das  
 342 Würfelnetz zusammen. Dreht den gefärbten Würfel unsystematisch. Dreht den  
 343 eigenen Würfel.)) Das da grün. ((Färbt eine Seite grün. Dreht den gefärbten  
 344 Würfel. Dreht den eigenen Würfel.)) Dann ist das da gelb. ((Dreht den eigenen  
 345 Würfel und dreht den gefärbten Würfel. Überprüft die Aufgabe.)) Ja, das stimmt.

**Abb. 33: Bearbeitung Kind 2 Netz 59 (eigenes Material)**

Kind 3 benutzt in drei Aufgaben den Schieberegler, um das zu färbende Würfelnetz zusammenzufalten. Anschließend dreht sie dieses wechselseitig mit dem gefärbten Würfel, um diesen dementsprechend zu färben (vgl. Abb. 34). In den anderen Aufgaben setzt sie sich durch das Drehen und den Schieberegler lediglich mit dem Ausgangsnetz genauer auseinander. Anschließend dreht sie den vorgegebenen Würfel so, sodass sie die Farben auf das Netz entsprechend abwickeln kann.

613 **Netz 98**  
 614 S3: Muss ich das so machen? ((Zeigt auf das zu färbende Würfelnetz, das  
 615 leicht  
 616 eingeklappt ist.))  
 617 L: Du darfst das machen, wie du möchtest.  
 618 S3: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler zusammen. Und vergrößert den  
 619 Würfel.)) Ich machs immer zuerst wie ein Würfel. Dann guck ich mir die Farbe  
 620 an und dann mach ichs in der Farbe. ((Dreht den gefärbten Würfel, bis eine  
 621 ganze Seite zu sehen ist. Dreht ihren eigenen Würfel. Färbt diesen blau. Dreht  
 622 den eigenen Würfel nach links. Dreht den gefärbten Würfel nach links. Färbt die  
 623 leere Fläche rot. Dreht den gefärbten Würfel nach links. Dreht den eigenen  
 624 Würfel nach links. Färbt die Seite rot. Dreht den gefärbten Würfel nach links.  
 625 Dreht den eigenen Würfel nach links. Dreht den eigenen Würfel nach oben.  
 626 Dreht den vorgefärbten Würfel nach oben. Färbt die Fläche entsprechend rot.  
 627 Dreht den zu färbenden Würfel.)) Oh, da ist noch eine leer. ((Dreht den  
 628 gefärbten Würfel unsystematisch.)) Da muss noch blau hin. ((Überprüft die  
 629 Aufgabe.)) Ja.

**Abb. 34: Bearbeitung Kind 3 Netz 98 (eigenes Material)**

In Teilumgebung 3 benutzt Kind 4 die Interaktionsmöglichkeiten vermehrt in Phase II nach Senfleben. Nachdem der erste Versuch missglückt und er viel mit Hilfe des Schieberegler nachverbessern muss, faltet er bei den weiteren Versuchen das Netz sofort zu einem Würfel und dreht dieses anschließend, um es richtig zu färben (vgl. Abb. 35).

920 **Netz 143**  
921 S4: ((Dreht das Würfelnetz. Dreht den gefärbten Würfel. Faltet das Würfelnetz  
922 mit dem Schieberegler zu einem Würfel zusammen.)) Dann mach ich das jetzt  
923 einfach so. ((Dreht den gefärbten Würfel auf der linken Seite, sodass zwei  
924 Flächen zu sehen sind.)) Gelb, gelb. ((Färbt zwei Seiten des rechten Würfels  
925 gelb. Dreht den linken Würfel zwei nach hinten.)) Lila, blau. ((Dreht den zu  
926 färbenden Würfel eins nach hinten. Färbt die Seite lila. Dreht den zu färbenden  
927 Würfel eins nach hinten. Färbt die Seite blau. Dreht den gefärbten Würfel nach  
928 vorne und eins nach rechts.)) Rot. ((Dreht den zu färbenden Würfel nach vorne  
929 und eins nach links. Färbt die Fläche rot. Dreht schnell den gefärbten Würfel,  
930 bis eine rote Seite sichtbar ist. Dreht dann zwei nach oben.)) Auf beiden Seiten  
931 rot. ((Dreht den selbst gefärbten Würfel unsystematisch. Dreht den zu  
932 färbenden Würfel ein paar Mal. Überprüft die Aufgabe.))

Abb. 35: Bearbeitung Kind 4 Netz 143 (eigenes Material)

#### 5.6.4 Sind Änderungen im Nutzungsverhalten erkennbar?

Um die Frage zu beantworten, wird dieser zunächst quantitativ nachgegangen. Dafür soll für jede:r Schüler:in die Anzahl der Interaktionen in den jeweiligen Phasen nach Senftleben (1996) je Teilumgebung zugeordnet werden und die drei Termine nacheinander aufgelistet werden. Die Unterscheidung der Interaktionen in den jeweiligen Phasen wurde dabei nicht berücksichtigt.

In der folgenden Tabelle wird der erste Termin am 13.02.2023 auf 100 % festgelegt. Bei den folgenden Terminen wird versucht die prozentuale Änderung zu bewerten.

## Kind 1

Anzahl Aufgaben	Teilumgebung / Datum	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt	Durchschnitt (Gesamt/ Anz.Aufg.)	In %
10	TU1/13.02.23	21	3	6	30	3	100
6	TU1/15.02.23	12	3	4	19	3,2	107
4	TU1/17.02.23	7	0	0	7	1,8	60
7	TU2/13.02.23	5	0	1	6	0,9	100
8	TU2/15.02.23	1	5	1	7	0,9	100
5	TU2/17.02.23	2	0	4	6	1,2	133
2	TU3/13.02.23	6	0	2	8	4	100
2	TU3/15.02.23	2	0	4	6	3	75
2	TU3/17.02.23	1	0	1	2	1	25

Tab. 11 Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 1 (eigene Darstellung)

## Kind 2

Anzahl Aufgaben	Teilumgebung / Datum	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt	Durchschnitt (Gesamt/ Anz.Aufg.)	In %
7	TU1/13.02.23	13	0	6	19	2,7	100
4	TU1/15.02.23	3	0	2	5	1,25	46
5	TU1/17.02.23	6	2	3	11	2,2	81
6	TU2/13.02.23	4	0	0	4	0,7	100
3	TU2/15.02.23	0	0	0	0	0	0
5	TU2/17.02.23	1	0	0	1	0,2	29
3	TU3/13.02.23	7	9	5	21	7	100
4	TU3/15.02.23	10	9	5	24	6	86
4	TU3/17.02.23	10	0	0	10	2,5	36

Tab. 12 Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 2 (eigene Darstellung)

### Kind 3

Anzahl Aufgaben	Teilumgebung / Datum	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt	Durchschnitt (Gesamt/ Anz.Aufg.)	In %
6	TU1/13.02.23	8	7	1	16	2,7	100
3	TU1/15.02.23	4	1	2	7	2,3	85
3	TU1/17.02.23	6	0	4	10	3,3	122
5	TU2/13.02.23	2	8	0	10	2	100
3	TU2/15.02.23	0	1	2	3	1	50
7	TU2/17.02.23	1	5	0	6	0,9	45
3	TU3/13.02.23	1	7	0	8	2,7	100
3	TU3/15.02.23	2	6	0	8	2,7	100
4	TU3/17.02.23	6	12	1	18	4,5	167

Tab. 13 Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 3 (eigene Darstellung)

### Kind 4

Anzahl Aufgaben	Teilumgebung / Datum	Phase I	Phase II	Phase III	Gesamt	Durchschnitt (Gesamt/ Anz.Aufg.)	In %
13	TU1/13.02.23	8	18	3	29	2,2	100
5	TU1/15.02.23	7	8	5	20	4	182
11	TU1/17.02.23	9	12	6	27	2,5	114
5	TU2/13.02.23	0	10	0	10	2	100
2	TU2/15.02.23	1	12	0	13	6,5	325
6	TU2/17.02.23	6	14	0	20	3,3	165
2	TU3/13.02.23	2	12	0	14	7	100
3	TU3/15.02.23	3	27	0	30	10	143
1	TU3/17.02.23	2	18	0	20	20	286

Tab. 14 Anzahl der verwendeten Interaktionsmöglichkeiten Kind 4 (eigene Darstellung)

Nach dieser quantitativen Auswertung können keine Rückschlüsse auf die Änderung des Nutzungsverhalten gezogen werden. Die Anzahl der verwendeten Interaktionen zeigen keinen eindeutigen Trend und geben somit keinen Aufschluss darüber, ob die Schüler:innen nach mehrmaligem Gebrauch der App mehr oder weniger Interaktionen benutzen. Viel wichtiger in diesem Kontext ist die qualitative Analyse. Hierfür müssen die Transkriptionen genauer gesichtet werden und bei Bedarf anschließend auch nochmals die aufgenommenen Videos detaillierter analysiert werden. So ist es möglich, genauer zu betrachten, wie die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten nutzen und wie diese sich im Verlauf verändern.

Die quantitative Auswertung zeigt zum Beispiel nur auf, ob der Schieberegler benutzt wurde oder nicht. Viel wichtiger ist in diesem Zusammenhang aber die qualitative Komponente, ob der Regler ganz langsam oder schnell, ob er wieder zurück und dann wieder vorwärts geschoben wurde. Dieses qualitative Interaktionsverhalten lässt Rückschlüsse auf mentale Prozesse schließen. da mit diesem Verhalten ein mentaler Prozess angenommen werden kann, den es ja mithilfe dieser App zu erlernen gilt. Um Hinweise auf das geänderte Nutzungsverhalten zu erhalten, müssten die Einzeltabellen (Anhang 8.1) detaillierter untersucht werden.

Das Beispiel von Kind 4 in Teilumgebung 1 kann exemplarisch verwendet werden, um zu zeigen, wie sich das Nutzungsverhalten im Laufe des Prozesses verändern kann. Anfangs verwendet Kind 4 den Schieberegler unverzüglich, um das (Würfel-)Netz komplett zusammenzufalten. Mittels des Drehens überprüft er, ob Lücken im zusammengefalteten Objekt entstehen (vgl. Abb. 36). Auf diesem Vorgehen basiert seine spätere Entscheidung, ob es sich bei dem Netz um ein Würfelnetz handelt. Ohne den Schieberegler ist es ihm zunächst nicht möglich, die Aufgabe zu lösen (vgl. Abb. 37).

800 **Teilumgebung 1**

801 **Netz 124**

802 S4: ((Faltet das Netz mit dem Schieberegler schnell komplett zusammen. Dreht  
803 das Objekt anschließend. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

804 L: Warum war das kein Würfelnetz?

805 S4: Weil da noch offen ist.

Abb. 36: Bearbeitung Kind 4 Netz 124 (eigenes Material)

815 **Netz 127**

816 L: Bevor du jetzt wieder den Schieberegler komplett verwendest. Überlege dir  
817 mal, brauchst du ihn?

818 S4: Na gut. ((Dreht das Würfelnetz mit dem Finger hin und her. Löst die

819 Aufgabe und überprüft sie. Diese ist falsch.)) Nein. ((Dreht den

820 zusammengefalteten Würfel nochmals gezielt.)) Hä. Ok, da ist kein Loch.

Abb. 37: Bearbeitung Kind 4 Netz 127 (eigenes Material)

Im weiteren Verlauf verwendet Kind 4 den Schieberegler zielgerichteter. So schiebt er das Netz zunächst langsamer zusammen (vgl. Abb. 38) und faltet es anschließend nur noch ein Stück zusammen. Um sich den Faltprozess zu verdeutlichen, dreht er das entstandene Objekt (vgl. Abb. 39).

830 **Netz 129**

831 S4: ((Rotiert das Würfelnetz zunächst, sodass alle Flächen gut zu sehen sind.

832 Schiebt es langsam mit dem Schieberegler zusammen.)) Zuklappen und dann

833 kann es gehen. Jap. ((Schiebt dieses schnell wieder auseinander. Löst die

834 Aufgabe und überprüft sie.))

Abb. 38: Bearbeitung Kind 4 Netz 129 (eigenes Material)

864 **Netz 136**

865 S4: ((Faltet das Netz ein Stück zusammen und dreht es so, dass er die

866 überlappenden Seiten sehen kann. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

867 L: Warum ging das gerade nicht?

868 S4: Weil sonst würden die zwei ja aufeinander gehen.

Abb. 39: Bearbeitung Kind 4 Netz 136 (eigenes Material)

Auffällig beim zweiten Arbeiten mit der App ist, dass Kind 4 den Schieberegler nun bewusst und langsam einsetzt. So richtet er das Netz zunächst so aus, dass

alle Flächen des Würfelnetzes zu sehen sind. Anschließend faltet er das Würfelnetz ein Stück zusammen. Danach dreht er es, um die sich zusammenfaltenden Flächen besser wahrnehmen zu können. Im Anschluss faltet er das Würfelnetz nochmals und dreht es dann wieder entsprechend. Auf diese Art und Weise ist es ihm möglich, den Faltvorgang nachzuvollziehen. (vgl. Abb. 40)

935 **Netz 144**

936 S4: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück, sodass alle Flächen zu sehen sind. Faltet  
937 das Würfelnetz mit dem Schieberegler ein Stück. Dreht es anschließend, um  
938 besser sehen zu können, wo sich die einzelnen Seiten hinfalten. Faltet im  
939 Anschluss das Würfelnetz nochmals und dreht es dann wieder entsprechend.  
940 Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

Abb. 40: Bearbeitung Kind 4 Netz 144 (eigenes Material)

An diesem Beispiel wird sichtbar, dass durch den mehrmaligen Gebrauch der Schieberegler immer gezielter verwendet werden kann. Zunächst geht es nur darum die Aufgabe zu lösen, im Weiteren versucht Kind 4 den Schieberegler immer bewusster einzusetzen, sodass er auch den Faltvorgang immer genauer nachvollziehen kann. So ist es auch möglich, dass Kind 4 selbst ein Bild des dynamischen Faltvorgangs abspeichert.

### 5.6.5 Zusammenfassende Diskussion

Nachfolgend sollen die Ergebnisse nochmals zusammenfassend interpretiert werden, um die Leitfrage: „Wie nutzen die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten mit dem mathematischen Objekt des (Würfel-)Netzes, um die Aufgaben der verschiedenen Teilumgebungen zu bearbeiten?“ zu beantworten.

Bei der Auswertung wurde deutlich, dass die Schüler:innen vor allem das Drehen und den Schieberegler verwenden, um die Aufgaben zu lösen. Dabei wird das Drehen – mit Ausnahme der Lernumgebung 2 – deutlich häufiger genutzt als der Schieberegler. Das Zoomen wird kaum verwendet und trägt in dieser Studie folglich eine sehr geringe Rolle für die Aufgabenbearbeitung. Der geringe Gebrauch des Zoomens könnte darauf zurückgeführt werden, dass das Auseinander- und Zusammenzoomen keine mathematische Bedeutung innehält.

Der Schieberegler wird von den Schüler:innen in allen Phasen der Kopfgeometrie verwendet. Um die Aufgabe zu lösen, wird im Schnitt in 33 % der Aufgaben der

Schieberegler in Phase II benutzt. In diesen Fällen wird die Verbindung des zwei- und dreidimensionalen geschlagen und der mentale Faltvorgang veranschaulicht. In der Theorie bietet dies ein großes Unterstützungspotential, das hier in der Studie nur in geringem Maße zum Vorschein kommt. Dies könnte darin liegen, dass das Leistungsniveau der ausgewählten Schüler:innen sich im höheren Bereich befindet. Um das Unterstützungspotential des Schiebereglers klarer hervorzustellen, müssten in einer folgenden Studie mehr Kinder mit niedrigem Leistungsniveau miteinbezogen werden.

Stattdessen wird der Schieberegler häufiger in Phase I verwendet, um das vorgefaltete Netz aufzufalten. Daraus folgt, dass in 39% der Aufgaben in Teilumgebung 1 und 46,9% der Aufgaben in Teilumgebung 3, weder das Unterstützungspotential des Schiebereglers noch des vorgefalteten Netzes benötigt wird. In 24,7% der Aufgaben in Teilumgebung 1 und in 15,6 % der Aufgaben in Teilumgebung 3 reicht den Schüler:innen das vorgefaltete Netz aus, um mental an diesem zu operieren.

In Teilumgebung 2 wird der Schieberegler nicht in Phase I verwendet. Dies liegt daran, dass das Netz am Anfang schon im flachen Zustand vorliegt und so nicht weiter aufgefaltet werden kann. Folglich ist die Zahl des nicht verwendeten Schiebereglers hoch.

Die Verwendung des Schiebereglers in Phase III ist im Verhältnis zu den anderen Phasen eher gering. Hier kann die Hypothese aufgestellt werden, dass die Animation des Zusammenfaltens für die Schüler:innen bereits genügend Aufschluss gibt und das Zusammen- und Auseinanderfalten in der Ergebnisüberprüfung somit keine große Bedeutung innehält.

Auch das Drehen wird von den Schüler:innen in allen Phasen eingesetzt. Das Drehen wird unabhängig von den Teilumgebungen vor allem in Phase I verwendet. So fallen die hohen Werte in der ersten und in der dritten Teilumgebung auf. In der Teilumgebung 1 wurde in 77,9% und in Teilumgebung 3 in 75,0% der Aufgaben das Drehen in Phase I verwendet. Daraus lässt sich ableiten, dass das Drehen vor allem am Anfang der Aufgabe eine wichtige Funktion innehält, um sich genauer mit dem Netz auseinanderzusetzen. Zudem wird in vielen Aufgaben der Teilumgebungen 1 und 2 das Drehen in den Phasen II und III verwendet.

Markant ist, dass das Drehen in Teilumgebung 2 in 61,3% nicht verwendet wird. In den Teilumgebungen 1 und 2 wird das Drehen in Phase II und III in vielen Aufgaben verwendet.

Das wenige Zoomen, das eingesetzt wurde, lässt sich in allen Teilumgebungen ausschließlich in Phase I vorfinden.

Bei den Beschreibungen des Nutzens der einzelnen Kinder wurde ersichtlich, dass die Interaktionsmöglichkeiten von den Schüler:innen unterschiedlich stark einbezogen wurden. So kann folglich jedes Leistungsniveau sich der Unterstützungsmöglichkeiten bedienen, die sie zur Lösung der Aufgabe benötigen. Auffällig dabei ist, dass die stärkeren Schüler:innen vor allem in der Orientierungsphase sich intensiv mit dem Objekt des (Würfel-)Netzes auseinandersetzen. Meist in Kombination von Drehen, Schieberegler und Drehen. Die Schüler:innen, für die die Aufgabe eine Herausforderung darstellt, bedienen sich mehr bei den Interaktionsmöglichkeiten aus Phase II. Dabei wird oft zunächst der Schieberegler und dann das Drehen benutzt. Das Drehen nach der Ergebnisüberprüfung hält eine kleinere Bedeutung inne.

Die quantitative Analyse der Veränderung des Nutzungsverhaltens ergab keinen eindeutigen Trend. So kann nicht gefolgert werden, dass mit dem voranschreitenden Nutzungsprozess sich auch die verwendeten Interaktionsmöglichkeiten minimieren. Allerdings können qualitative Unterschiede festgestellt werden. Diese müssen einzeln untersucht werden. So kann beispielsweise im Fall von Kind 4 beschrieben werden, dass dieser den Schieberegler im Verlauf immer bewusster und gezielter einsetzt.

## 6 Fazit und Schlussfolgerungen

Das räumliche Vorstellungsvermögen hält nicht nur für den Mathematikunterricht, sondern auch allgemein für schulisches Lernen eine große Bedeutung inne. Darüber hinaus hat es einen entscheidenden Einfluss auf die alltägliche Lebensbewältigung und den Berufserfolg. Das Konstrukt des räumlichen Vorstellungsvermögens lässt sich in verschiedene Komponenten unterteilen. Da das räumliche Vorstellungsvermögen trainierbar ist und sich besonders stark zwischen dem 7. und 13. Lebensjahr entwickelt, sollten alle Möglichkeiten genutzt werden, diese wichtige Fähigkeit in der Grundschule auszubilden. Der Lehr- und Lernprozess des räumlichen Vorstellungsvermögens orientiert sich dabei an den Phasen des Verinnerlichungsprozesses nach Aebli (1983). Das Herstellen von Würfelnetzen für das konkrete Handeln und Operieren mit verschiedenen Materialien ist sehr zeitaufwändig. Zudem sind an Grundschulen meist nicht genügend Materialien verfügbar. An dieser Stelle kann das Potential digitaler Medien zum Einsatz kommen. Diese ermöglichen, dass Kinder aufbauend auf Primärerfahrungen mit den digital dargestellten Objekten interagieren können. Hierbei spielen wie bei ikonischen Darstellungen auf Papier, visuelle Fähigkeiten eine zentrale Rolle. Für den produktiven Umgang mit der App „Klipp Klapp“ werden deshalb Primärerfahrungen vorausgesetzt (Kuzle & Etzold, 2017). Ein weiterer Vorteil stellt die Möglichkeit dar, dass bildliche Darstellungen auf digitalen Medien dynamisch dargestellt werden können. Weil dies ein großes Potential aufweist, ergänzt Ladel (2019) die Phasen des Verinnerlichungsprozess nach Aebli (1983) um eine Teilphase 2.1, die den Verinnerlichungsprozess unterstützen kann.

Die App „Klipp Klapp“ kann mit ihren vielen verschiedenen Interaktionspotentialen die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens unterstützen. Im Rahmen der qualitativen Untersuchung wurde näher beleuchtet, wie die Schüler:innen die Interaktionsmöglichkeiten des Faltens, des Drehens und des Zoomens tatsächlich verwenden.

Die Forschungsfrage ist im Nachhinein, auch in Kombination mit den Unterfragen eng formuliert. Bei der Auswertung der Forschungsfragen konnten so nur wenige Ergebnisse erzielt werden. Zudem überschneiden sich teilweise auch Aspekte einzelner Fragen.

Dadurch, dass im vereinbarten Zeitraum der Untersuchung viele Kinder der Klasse krank waren, konnten nur vier Schüler:innen mit einem im Nachhinein festgestellten, relativ homogenen Leistungsvermögen ausgewählt werden. Diese können folglich kein breites Leistungsspektrum abbilden. Hier wäre es vorteilhaft gewesen, die Studie in einer mehrzügigen Grundschule durchzuführen, in der innerhalb der größeren Schüler:innenanzahl auch mehr Kinder mit leistungsschwächerem Niveau vorzufinden gewesen wären. Des Weiteren haben die Kinder zuvor im Unterricht schon mit flachen, bildlichen Darstellungen gearbeitet. Das Arbeiten mit Tablets, die dynamische Darstellungen ermöglichen, sind nach Ladel (2019) als Brücke zu den statischen, bildlichen Darstellungen aufzufassen. Folglich hätten tiefgreifendere Erkenntnisse gewonnen werden können, wenn die Schüler:innen direkt nach der Arbeit mit haptischen Materialien mit dem iPad gearbeitet hätten. Aufgrund der ausführlichen Arbeit mit ikonischen Darstellungen auf Papier, verfügten die Kinder dahingegen bereits über mentale Repräsentationen und Reduktionsstrategien (vgl. Huhmann, 2012). Dies beeinflusste die Nutzung mit den Interaktionsmöglichkeiten.

Im Rahmen der durchgeführten qualitativen Studie konnten folgende Ergebnisse gewonnen werden: Es hat sich gezeigt, dass zur Aufgabenbearbeitung vor allem das Drehen und der Schieberegler eingesetzt werden. Zudem wurde das Drehen, abgesehen von der Lernumgebung 2, deutlich öfters verwendet als der Schieberegler. Das Zoomen scheint dagegen eine untergeordnete Rolle zu spielen. Dies könnte darauf zurückgeführt werden, dass das Zoomen mathematisch gesehen keine Funktion innehält.

Im Folgenden soll genauer darauf eingegangen werden, in welchen Phasen der Kopfgeometrie nach Senftleben (1996) die Schüler:innen die verschiedenen Interaktionsmöglichkeiten verwenden. Das Drehen wird überwiegend in der Phase I eingesetzt – besonders in Teilumgebung 1 und Teilumgebung 3 sind die Werte hier besonders hoch. Daraus lässt sich folgern, dass das Drehen vor allem am Anfang der Aufgabe eine wichtige Funktion innehält, um sich mit dem Netz auseinanderzusetzen. Auffällig ist zudem, dass das Drehen in Teilumgebung 2 in 61,3% der Aufgaben nicht verwendet wird. Dies ist darauf zurückzuführen, dass aufgrund mentaler Repräsentationen das Quadrat direkt an das Netz

herangezogen wurde und eine weitere Auseinandersetzung mit dem Netz nicht notwendig war.

Den Auswertungen der Studie zufolge, wurde der Schieberegler in den Lernumgebungen 1 und 3 am meisten dafür benutzt, das bereits vorgefaltete Netz aufzuschieben. Dies kann auf das hohe Leistungsniveau der Kinder zurückgeführt werden. Das offene (Würfel-)Netz bietet den Schüler:innen dabei die Möglichkeit, das Netz auf ihre Weise zusammenzufalten. In 15,6% der Aufgaben der dritten Teilumgebung und in 24,7% der Aufgaben der ersten Teilumgebung reicht das leicht vorgefaltete Netz aus, dass die Kinder den mentalen Denkvorgang leisten können. So könnte hier die These aufgestellt werden, dass das leicht vorgefaltete Netz die Kinder bereits ausreichend unterstützt. In einem Drittel der Aufgaben wird der Schieberegler verwendet, um sich den mentalen Faltvorgang zu veranschaulichen. In der Theorie beinhaltet dies ein großes Potential, um die Verbindung des Zwei- und Dreidimensionalen zu veranschaulichen. Um hier genauere Untersuchungsergebnisse zu erhalten, müsste die Studie mit einer größeren Stichprobe und darunter auch mit mehr Kindern mit einem niedrigen Leistungsniveau durchgeführt werden. Da die Verwendung des Schiebereglers in Phase III im Verhältnis zu den anderen Phasen eher gering ist, kann hier die Hypothese aufgestellt werden, dass die Animation des Zusammenfaltens für die Schüler:innen bereits genügend Aufschluss gibt und das Zusammen- und Auseinanderfalten in der Ergebnisüberprüfung somit keine große Bedeutung innehält.

Es konnte weiterhin festgestellt werden, dass unabhängig von den Lernumgebungen, von den Schüler:innen die verschiedenen Interaktionsmöglichkeiten unterschiedlich miteinbezogen wurden. Hier stellte sich heraus, dass stärkere Schüler:innen vor allem in der Erkundungsphase die Interaktionsmöglichkeiten in Anspruch nehmen. Schwächere Schüler:innen benutzten dahingegen vielmehr den Schieberegler und das Drehen in Phase II, um sich den Faltvorgang zu veranschaulichen oder ihre Aufgabe dadurch zu lösen.

Das mehrfache Arbeiten an der App lässt die Schüler:innen gezielter und bewusster die Interaktionsmöglichkeiten nutzen.

Um zu der durchgeführten Studie repräsentativere Ergebnisse zu erhalten, wäre es sinnvoll, die Studie mit einer größeren und heterogeneren Stichprobe

durchzuführen. Die in dieser Studie gesammelten Vermutungen und Erkenntnisse könnten dieser als Grundlage dienen.

Weitere Möglichkeiten für eine qualitative Untersuchung wäre beispielsweise die motivierenden Elemente der App genauer zu betrachten oder die App genauer dahingehend zu untersuchen, ob sie tatsächlich für alle Leistungsniveaus der Kinder geeignet ist. Des Weiteren wäre es interessant herauszufinden, wie sich die Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens mit der App „Klipp Klapp“ tatsächlich fördern lassen. Hierfür wäre eine Studie mit einem Pre- und Post-Test eine Möglichkeit.

## 7 Literaturverzeichnis

Aebli, H. (1983). *Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage*. Stuttgart: Klee-Cotta.

Besuden, H. (1984). *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett.

Betrancourt, M. (2005). The Animation and Interactivity Principles in Multimedia Learning. In: R. E. Mayer (Eds.). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 287-296). New York: Cambridge University Press.

Baxter, J. H., & Preece, P. F. W. (1999). Interactive multimedia and concrete threedimensional modelling. In: *Journal of Computer Assisted Learning*, Vol. 15, Issue. 4, S. 323-331.

Bruner, J. S. (1971). *Studien zur kognitiven Entwicklung*. Stuttgart: Klett.

Bülthoff, H. (2004). Die Welt in unseren Köpfen. In M.-D. Weitze (Hrsg.), *Von Molekülen, Spinnen und Menschen: was leistet die Evolution?* (S. 59-77). München: Deutsches Museum.

Ditzinger, T. (2013). *Illusionen des Sehens. Eine Reise in die Welt der visuellen Wahrnehmung*. 2. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag.

Dilling, F. (2022). *Begründungsprozesse im Kontext von (digitalen) Medien im Mathematikunterricht. Wissensentwicklung auf der Grundlage empirischer Settings*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Eichler, D., & Eichler, K.-P. (2019). Zur softwaregestützten Entwicklung räumlich-visueller Qualifikationen. In F. Heinrich, *Aktivitäten von Grundschulkindern an und mit räumlichen Objekten* (S. 29 - 46). Offenburg: Mildenerger.

Etzold, H., Kortenkamp, U., & Ladel, S. (2018). ACAT-Review-Guide – Ein tätigkeitstheoretischer Blick auf die Beurteilung von Mathematik-Apps. In S. Ladel, U. Kortenkamp & H. Etzold (Hrsg.), *Mathematik mit digitalen Medien – konkret. Ein Handbuch für Lehrpersonen der Primarstufe* (S.91-99). Bd. 4. Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien. Münster: WTM Verlag.  
<https://doi.org/10.37626/GA9783959870788.0>

Franke, M., & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie. In der Grundschule.* (3. Aufl.). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag.

Geary, D. C. (2013). Learning disabilities in mathematics: Recent advances. In H. L. Swanson, K. Harris, & S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 239-255). New York: Guilford Press.

Girwidz, R.; Rubitzko, T.; Spannagel, C. (2004): Animationen in multimedialen Lernumgebungen. In: Nordmeier, V. (Hg.): *Didaktik der Physik. Beiträge zur Frühjahrstagung Düsseldorf 2004.* Berlin: Lehmanns Media.

Glück, J., Kaufmann, H., Dünser, A. & Steinbügl, K. (2005). *Geometrie und Raumvorstellung – Psychologische Perspektiven. Informationsblätter der Geometrie (IBDG), 24(1), 4–11.*

Guilford, (1964). *Persönlichkeit.* Weinheim: Beltz Verlag.

Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: search of a framework. In L. Puig and A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 3-19). Valencia: Universidad de Valencia.

Heckmann, K., & Padberg, F. (2014). *Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe, Band 2.* Heidelberg: Springer Verlag.

Herczeg, M. (2006). Interaktionsdesign. Gestaltung interaktiver und multimedialer Systeme. München, Wien: Oldenbourg.

Herzig, B. (2020). Medienbildung in der Grundschule – ein konzeptioneller Beitrag zur Auseinandersetzung mit (digitalen) Medien. In: *Zeitschrift für Grundschulforschung* 13, S. 99-116. <https://doi.org/10.1007/s42278-019-00064-5>

Hubbard, E. M.; Piazza, P.; Pinel, P.; Dehaene, S. (2005): Interactions between number and space in parietal cortex. In: *Nature Reviews* 6, S. 435-448. doi:10.1038/nrn1684

Huhmann, T. (2011): Zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln – Die Inter-Netzzo Werkstatt. *Praxis Grundschule* 5/2011, Westermann Verlag, S. 46-55.

Huhmann, T. (2012) Welchen Einfluss können Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung haben? Paderborn.

Irion, T. (2018). Wozu digitale Medien in der Grundschule? Sollte das Thema Digitalisierung in der Grundschule tabuisiert werden? In: *Grundschule aktuell: Zeitschrift des Grundschulverbandes* 142, S. 3-7. DOI: 10.25656/01:15574

Kriby, J.R., and Boulter, D.R (1999). Spatial ability and transformational geometry. *European Journal of Psychology of Education*, 14(2), pp. 283-294.

Kosslyn, S. M. (1995). Mental imagery. In S. M. Kosslyn, & B. N. Osherson (Eds.), *Visual Cognition: An invitation to cognitive science* (pp. 267-296). Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Kultusministerkonferenz (2005): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004*. München und Neuwied: Luchterhand.

Kultusministerkonferenz (2016): *Bildung in Deutschland 2016. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zu Bildung und Migration*. Bielefeld: Bertelsmann Verlag.

Kultusministerkonferenz (2021): *Lehren und Lernen in der digitalen Welt. Die ergänzende Empfehlung zur Strategie „Bildung in der digitalen Welt“*. Berlin.

Kultusministerkonferenz (2022): *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 i.d.F. vom 23.06.2022)*. Berlin.

Kuzle, A., & Etzold, H. (2017). Klipp Klapp – Würfelnetze einmal anders. Mit digitalen Medien das räumliche Vorstellungsvermögen fördern. *Grundschulunterricht Mathematik*, Heft 1, S.29-32.

Kuzle, A. & Ladel, S. (2017). Einsatz der App „Klötzchen“ in hochschuldidaktischen Kursen zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens. In S. Ladel, R. Rink, & C. Schreiber (Hrsg.). *Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien. Band 3*. Münster: WTM Verlag.

Ladel, S., & Kortenkamp, U. (2014). Tätigkeitsorientiert zu einem flexiblen Verständnis von Stellenwerten – Ein Ansatz aus Sicht der Artefact-Centric Activity

Theory. In S. Ladel, & C. Schreiber (Hrsg.), *Von Audiopodcast bis Zahlensinn*. (S. 151-176). Bd. 2. Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien. Münster: WTM Verlag. <https://doi.org/10.37626/GA9783942197632.0>

Ladel, S. (2017). Ein TApplet für die Mathematik. In J. Bastian & S. Aufenanger (Hrsg.), *Tablets in Schule und Unterricht - Forschungsmethoden und -perspektiven zum Einsatz digitaler Medien* (S. 301-326). Wiesbaden: Springer.

Ladel, S. (2018a). Kombiniertes Einsatz virtueller und physischer Materialien. In B. Brandt & H. Dausend (Hrsg.), *Digitales Lernen in der Grundschule: fachliche Lernprozesse anregen* (S. 53–72). Münster: Waxmann.

Ladel, S. (2018b). Sinnvolle Kombination virtueller und physischer Materialien. In S. Ladel, J. Knopf, & A. Weinberger (Hrsg.), *Digitalisierung und Bildung* (S. 3-22). Wiesbaden: Springer VS.

Ladel, S. (2019). Körper und Körpernetze virtuell erkunden. In F. Heinrich, *Aktivitäten von Grundschulkindern an und mit räumlichen Objekten* (S. 131-148). Offenburg: Mildenerger.

Ladel, S. (2020). Bildungstechnologie im Mathematikunterricht (Klasse 1-6). In H. Niegemann, & A. Weinberger (Hrsg.). *Handbuch Bildungstechnologie. Konzeption und Einsatz digitaler Lernumgebungen*. Berlin: Springer Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54368-9>

Lorenz, J. H. (1991). *Anschauung und Veranschaulichungsmittel im arithmetischen Anfangsunterricht – Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung*. Göttingen: Hogrefe.

Lowrie, T., Logan, T., & Ramful, A. (2017). Visuospatial training improves elementary students' mathematics performance. *British Journal of Educational Psychology*, 87(2), 170–186.

Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56(6), S. 1479-1498. <https://doi.org/10.2307/1130467>

- Maier, P. H. (1999). *Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriß des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Mit didaktischen Hinweisen für den Unterricht*. Donauwörth: Auer Verlag.
- Maresch, G. (2021). Struktur des Räumlichen Denkens. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG)*, 40(1), S. 23-36.
- Mayer, R. E. & Chandler, P. (2001). When learning is just a click away: does simple user interaction foster deeper understanding of multimedia messages? In: *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 390-397.
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. 13. Aufl. Weinheim und Basel: Beltz.
- Michael, W. B., Guilford, J. P., Fruchter, B., & Zimmermann, W. S. (1957). The description of spatial – visualization abilities. In: *Educational and Psychological Measurement*, 17, S. 185-199.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 International Results in Mathematics. Amsterdam: International Association für the Evaluation of Educational Achievement.
- Montello, D. R., Grossner, K. E., & Janelle, D. G. (Eds.). (2014). *Space in mind: Concepts for spatial learning and education*. Cambridge (Massachusetts): MIT Press.
- Moreno, R. (2007). Optimising learning from animations by minimising cognitive load: Cognitive and affective consequences of signalling and segmentation methods. *Applied Cognitive Psychology*, 21, 765–781.
- Müller, F., & Müller, K. P. (1988). *Raumvorstellung. Entwicklung und Schulung im Mathematikunterricht von der Unterstufe bis zum Grundkurs Darstellende Geometrie. Materialien Mathematik. M23*. Stuttgart: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht.
- Owens, K. (2015). *Visuospatial reasoning: An ecocultural perspective for space, geometry and measurement education*. Springer.
- Padberg, F. (2009): *Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung* (3. Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Pawlik, K. (1976). Dimensionen des Verhaltens. Eine Einführung in Methodik und Ergebnisse faktorenanalytischer psychologischer Forschung (3. Aufl.). Bern, Stuttgart und Wien: Hans Huber Verlag.

Plath, M. (2013). *Vielfältige Lösungsstrategien von Kindern bei Aufgaben zum räumlichen Denken*. In: *mathematica didactica* 36, S. 214-241.

Preckel, F., & Brüll, M. (2008). *Intelligenztests*. München und Basel: Ernst Reinhardt Verlag.

Radatz, H., & Rickmeyer, K. (1991). *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen* (1. Auflage). Hannover: Schroedel Schulbuchverlag GmbH.

Roth, J., & Weigand, H.-G. (2015). Mathematik im Raum. Operieren mit 3D-Objekten und ihren Darstellungen. In: *Mathematik lehren* 190, S. 1-8.

Roth, J. (2008). Dynamik von DGS – Wozu und wie sollte man sie nutzen? In: Ulrich Kortenkamp, Hans-Georg Weigand, Thomas Weth (Hrsg.). *Informatische Ideen im Mathematikunterricht. Bericht über die 23. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 23. bis 25. September 2005 in Dillingen an der Donau*. Hildesheim: Verlag Franzbecker, S. 131-138

Rost, D.H. (1977): *Raumvorstellung*. Weinheim: Beltz.

Schnotz, W. (2002). Wissenserwerb mit Texten, Bildern und Diagrammen. In: L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.). *Information und Lernen mit Multimedia und Internet* (3. Auflage) (S. 65-81). Weinheim: Beltz.

Schnotz, W., Seufert, T., & Bannert, M. (2001). Lernen mit Multimedia. Pädagogische Verheißungen aus kognitionspsychologischer Sicht. In: R. K. Silbereisen (Hg.), *Bericht über den 42. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie*. Lengerich: Pabst Science Publishers, S. 457-467

Senftleben, H.-G. (1996). Erkundungen zur Kopfgeometrie (unter besonderer Beachtung der Einbeziehung kopfgeometrischer Aufgaben in den Mathematikunterricht der Grundschule). In: *JMD* 17 (96) 1, S. 49-72.

Senftleben, H.-G. (2003). Kopfgeometrie in der Grundschule. *Die Grundschulzeitschrift*, 163, S. 24-32.

Stein, S. (2018). ACAT-Review zur App „Klipp Klapp“. In S. Ladel, U. Kortenkamp & H. Etzold (Hrsg.), *Mathematik mit digitalen Medien – konkret. Ein Handbuch für Lehrpersonen der Primarstufe* (S. 121-129). Bd. 4. Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien. Münster: WTM Verlag. <https://doi.org/10.37626/GA9783959870788.0>

Sweller, J. (2005). Implications of cognitive load theory for multimedia learning. In: R. E. Mayer (Eds.). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 19-30). New York: Cambridge University Press.

Thurstone, L. L. (1938). Primary Mental Abilities. *American Journal of Sociology*, 44(2), 310–311. <https://doi.org/10.1086/217986>

Thurstone, L. L. (1950). Some primary abilities in visual thinking. *American Philosophical Society* 94 (6), S. 517-521. <https://www.jstor.org/stable/3143593>

Urf, C. (2014). *Digitale Lernmedien zur Förderung grundlegender mathematischer Kompetenzen. Theoretische Analysen, empirische Fallstudien und praktische Umsetzung anhand der Entwicklung virtueller Arbeitsmittel*. Berlin: Mensch und Buch Verlag.

Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studie. In: *Psychological Bulletin* Vol. 139(2), 352-402. DOI: 10.1037/a0028446

Vandenberg, S. G., & Kuse, A. R. (1978). Mental rotation, a group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills* 47, S. 599 – 604.

Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial Ability for STEM Domains: Aligning Over 50 Years of Cumulative Psychological Knowledge Solidifies Its Importance. In: *Journal of Educational Psychology*. Vol. 101(4), 817–835. DOI: 10.1037/ a0016127.

Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps. Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Weidenmann, B. (2008). Bilder in Lernprozessen: mehr wert als tausend Worte? In H. Mandl, & J. Zumbach (Hg.). *Pädagogische Psychologie in Theorie und Praxis. Ein fallbasiertes Lehrbuch*. Göttingen: Hogrefe, S. 149-155.

Witkin, H. A., Dyk, R. B., Faterson, H. F., Goodenough, D. R., & Karp, S. A. (1962). Psychological Differentiation. In: *The British Journal of Psychiatry*. 190(463), S. 837-838. <https://doi.org/10.1192/bjp.109.463.837-a>

Wittmann, E. C. (1985). Objekte-Operationen-Wirkungen. Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. In: *Mathematik lehren*, 11, S. 7–11.

Wölpert, H. (1983). Materialien zur Entwicklung der Raumvorstellung im Mathematikunterricht. In: *Der Mathematikunterricht*, 6, S. 7-42.

Wright, R., Thompson, W. L., Ganis, G., Newcombe, N. S., & Kosslyn, S. M. (2008). Training generalized spatial skills. *Psychonomic Bulletin & Review* 15, 763–771. doi:10.3758/PBR.15.4.763

### **Internetquellen:**

Digitales Lernen Grundschule Universität Potsdam (2021). Digitales Lernen Grundschule in Potsdam. Online verfügbar unter <https://dlgs.uni-potsdam.de/>, zuletzt geprüft am 07.01.2023.

Eichler, K.-P. (2023). Würfelnetze. Online verfügbar unter <https://www.mathe-matikus.de/raumvorstellung/wuerfelnetze>, zuletzt geprüft am 16.01.2023.

Settapp Sp. Z o.o. (2015). Shapes – 3D Geometrie lernen. Online verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/shapes-3d-geometrie-lernen/id501650786>, zuletzt geprüft am 18.01.2023.

Technische Universität Dortmund (o.J.). Würfelnetze. Online verfügbar unter <https://pikas.dzlm.de/unterricht/raum-und-form/k%C3%B6rper/w%C3%BCrfelnetze>, zuletzt geprüft am 16.01.2023.

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (2016). Bildungsplan für die Grundschule. Mathematik. Online verfügbar unter [https://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW\\_ALLG\\_GS\\_M.pdf](https://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW_ALLG_GS_M.pdf), zuletzt geprüft am 14.01.2023.

PIKAS digi – Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (2020): Auswahl von Software. Leitgedanken und Beispiele. Online verfügbar unter [https://pikas-digi.dzlm.de/sites/pikasdg/files/uploads/Software/kriteriengeleitete-softwareauswahl/sw\\_leitgedanken\\_und\\_beispiele.pdf](https://pikas-digi.dzlm.de/sites/pikasdg/files/uploads/Software/kriteriengeleitete-softwareauswahl/sw_leitgedanken_und_beispiele.pdf), zuletzt geprüft am 08.01.2023.

### **Schulbücher:**

Balins, M., Dürr, R., Franzen-Stephan, N., Gerstner, P., Plötzer, U., Strohtmann, A., Torke, M., & Verboom, L. (2016). *Fredo 3 Mathematik*. München: Oldenbourg Schulbuchverlag.

Becherer, J., & Schulz, A. (2019) (Hrsg.). *Jo-Jo. Mathematik 3*. Berlin: Cornelsen.

Beerbaum, J., Buchborn, S., Zippel, S., Göttlicher, A., Versin, S., & Wettels, B. (2014). *Flex und Floh. Mathematik 3. Geometrie. Themenheft. Verbrauchsmaterial*. Braunschweig: Diesterweg.

Keller, K.-H., & Pfaff, P. (2020) (Hrsg.). *Das Mathebuch 3*. 6. Aufl. Offenburg: Mildenerger Verlag.

Klöpfer, D. (2016) (Hrsg.). *Denken und Rechnen 3*. Braunschweig: Westermann.

Rottmann, T., & Träger, G. (2021) (Hrsg.): *Welt der Zahl 3*. Braunschweig: Westermann Bildungsmedien Verlag.

## 8 Anhang

### 8.1 Überblick über die Interaktionen, die in den einzelnen Aufgaben verwendet werden

Die Aufgaben wurden nach Teilumgebungen getrennt. Dabei entspricht jedes Netz einer Aufgabe. Diese wurden nach der Reihenfolge beschriftet. Die Interaktionsmöglichkeiten wurden dabei in die Phasen I, II und III der Kopfgeometrie nach Senftleben eingeordnet.

Dabei wurden die verwendeten Interaktionsmöglichkeiten abgekürzt: Schieberegler (SR), Drehen (D), Zoomen (Z).

Einordnung der Interaktionsmöglichkeiten in die drei Phasen der Kopfgeometrie nach Senftleben (1996).

#### Kind 1 13.02.2023

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 1	SR		
Netz 2		SR, D, SR	
Netz 3	D, Z, D, SR		D
Netz 4	D, SR, D		
Netz 5	SR		
Netz 6	D, SR, D		
Netz 7	D, SR		
Netz 8	SR, D		
Netz 9	SR, D, D		D
Netz 10	D, D		D, SR, SR, SR
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 11			
Netz 12			
Netz 13			
Netz 14			
Netz 15	D, D		
Netz 16	D		D
Netz 17	D, D		
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 18	D, SR, D, D		D
Netz 19	D, SR		D

**Kind 1 15.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 20	SR, D		
Netz 21	SR, D	SR, D, SR	
Netz 22	D, SR		D
Netz 23	SR, D		D
Netz 24	SR		D
Netz 25	D, SR, D		D
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 27			
Netz 28			
Netz 29			
Netz 30			
Netz 31	D	SR, D, SR	D
Netz 32			
Netz 33		SR, SR	
Netz 34			
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 25	D		SR, D
Netz 26	D		SR, D

**Kind 1 17.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 35	SR		
Netz 36	SR		
Netz 37	D, SR, D		
Netz 38	D, SR		
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 40	D		SR, D
Netz 41	D		SR, D
Netz 42			
Netz 43			
Netz 44			
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 39			D
Netz 45	D		

**Kind 2 13.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 46	D, D, D, D		D
Netz 47	D, D		D
Netz 48	D		D
Netz 49	D		D
Netz 50	D, D		D
Netz 51	D		D
Netz 52	D, SR		
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 53	D		
Netz 54			
Netz 55	D		
Netz 56	D		
Netz 57	D		
Netz 58			
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 59	D, D,	SR, SR, SR, D, SR, SR, D, SR, SR	D, D, D
Netz 60	Z, D, Z, SR		
Netz 61	D		SR, D

**Kind 2 15.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 62			
Netz 63	D		D
Netz 64	D		D
Netz 65	D		
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 66			
Netz 67			
Netz 68			
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 69	D	SR, SR, SR, D, SR, SR, D, SR, SR	D, D, D
Netz 70	Z, D, Z, SR		
Netz 71	D, D, SR		SR, D
Netz 72	D, SR		

**Kind 2 17.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 73	D		D
Netz 74	D, SR		D
Netz 75	D	SR, D	
Netz 76	D		D
Netz 77	D		
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 78			
Netz 79	Z		
Netz 80			
Netz 81			
Netz 82			
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 83	D, SR		
Netz 84	D, SR		
Netz 85	D, SR, D		
Netz 86	D, SR, D		

**Kind 3 13.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 87	D	SR, D	
Netz 88	D	SR	
Netz 89	D	SR	
Netz 90	D	SR	D
Netz 91	D		
Netz 92	Z, D, D	SR, SR	
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 93		SR, D	
Netz 94		SR, D	
Netz 95	D	SR	
Netz 96		SR, D	
Netz 97	D	SR	
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 98	Z	SR, D, D, D, D, D, D	
Netz 99			
Netz 100			

**Kind 3 15.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 101			D, SR
Netz 102	D, SR		
Netz 103	SR, D	SR	
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 104		SR	D
Netz 105			
Netz 106			D
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 107		SR, D, D, D, D, D	
Netz 108			
Netz 109	D, SR		

**Kind 3 17.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 110	SR		D, SR
Netz 111	D, SR, D		
Netz 112	D, SR		D, SR
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 113		SR	
Netz 114		SR	
Netz 115	D		
Netz 116		SR	
Netz 117			
Netz 118		SR	
Netz 119		SR	
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 120	SR,	SR, D, D, D, D, D, D, D, D, D, D, D	
Netz 121	SR, D		
Netz 122	SR, D		
Netz 123	SR		

**Kind 4 13.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 124		SR, D	
Netz 125	D	SR, D	
Netz 126		SR, D	
Netz 127	D		D
Netz 128	D	SR, SR	
Netz 129	D	SR, SR	
Netz 130		SR	SR, D
Netz 131		SR	
Netz 132	D		
Netz 133	D		
Netz 134	D, SR	SR, D	
Netz 135		SR, D	
Netz 136		SR, D	
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 137			
Netz 138		SR, SR, SR, SR, SR, D	
Netz 139		SR	
Netz 140		SR	
Netz 141		SR, D	
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 142	D	SR, D, SR, SR, SR, SR, D	
Netz 143	D	SR, D, D, D, D	

**Kind 4 15.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 144	D	SR, D, SR, D	
Netz 145	D	SR	D
Netz 146		SR, D, SR	SR, SR
Netz 147	D, D		D
Netz 148	D, D, D		D
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 149			
Netz 150	D	SR, D, SR, SR, D, SR, D, SR, D, SR, SR, D	
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 151	D	SR, D, D, D, D, D, D, D, D, SR	
Netz 152	D	SR, D, D, D, D, D, SR, SR, D, SR	
Netz 153	D	SR, D, D, D, D, D, SR	

**Kind 4 17.02.2023**

	Phase I	Phase II	Phase III
<b>Teilumgebung 1</b>			
Netz 154	D		
Netz 155		SR, D	
Netz 156	D	SR, D, SR, D	
Netz 157	D	SR	D
Netz 159		SR, D	D
Netz 160	D	SR, D	
Netz 167	SR		SR
Netz 168	D	SR	D, SR, D
Netz 169	D		
Netz 170	D		
Netz 171	D		
<b>Teilumgebung 2</b>			
Netz 161			
Netz 162	D		
Netz 163			
Netz 164	D, D		
Netz 165	D, D, D	SR, D, SR, SR, SR, D, SR, SR, SR, SR, D, SR, SR, SR	
Netz 166			
<b>Teilumgebung 3</b>			
Netz 158	D, D	SR, D, D, D, D, D, D, D, SR, SR, D, D, D, D, D, D, D, SR	

## 8.2 Transkribierte Videos

### 92 Beobachtung 1 (Kind 1) – 13.02.2023

#### 93 Teilumgebung 1

#### 94 Netz 1

95 S1: ((Faltet das Netz mit dem Schieberegler auf. Tippt mit dem Finger auf dem  
96 Würfelnetz herum. Wählt die Antwort „nein“ aus und überprüft die Aufgabe.))

97 L: Warum faltest du das Netz mit dem Schieberegler auf?

98 S1: Dann kann ich es besser sehen.

#### 99 Netz 2

100 S1: ((Tippt mit den Fingern auf dem Netz herum. Wählt die Antwort „ja“ aus.))

101 Hm (3) Ich weiß jetzt auch nicht. ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler zu-  
102 sammen. Dreht es. Schiebt es mit dem Schieberegler wieder auseinander.))

103 Das geht nicht. ((Wählt die Antwort „nein“ aus und überprüft die Aufgabe.))

104 L1: Warum hast du das Netz mit dem Schieberegler zusammengeschoben?

105 S1: Weil ich mit nicht sicher war. So hab ich gesehen, es geht wirklich nicht.

106 L1: Anschließend hast du das Fn benutzt?

#### 107 Netz 3

108 S1: ((Dreht das Netz. Zoomt es etwas größer. Dreht das Netz nochmals.

109 Schiebt das Netz mit dem Schieberegler auseinander. Tippt mit ihren Fingern  
110 auf dem Würfelnetz.)) Das geht nicht.

111 L: Du darfst gerne laut überlegen.

112 S1: Wenn das unten ist, das links, das rechts und das oben. Dann ist das auch  
113 noch oben. Und dann fehlt die Seite vorne. ((Zeigt mit dem Finger auf die ent-  
114 sprechenden Quadrate. Wählt die Antwort „nein“ aus und überprüft die Auf-  
115 gabe. Dreht das entstandene Objekt.))

#### 116 Netz 4

117 S1: ((Dreht das Netz, sodass alle Flächen des Netzes sichtbar sind. Schiebt es  
118 mit dem Schieberegler auseinander. Dreht das Netz nochmals.)) (3) Hm, die  
119 Form hab ich schon oft gesehen. Das geht nicht. ((Überprüft die eingegebene  
120 Antwort.))

121 **Netz 5**

122 S1: ((Schiebt das Würfelnetz mit Schieberegler auseinander zu einem flachen  
123 Netz.)) Wenn man das hochklappt. Das. Das. Das. Und das dann vorne runter.  
124 Das geht dann. ((Deutet dabei mit ihrem Finger die Faltrichtung an. Überprüft  
125 die eingegebene Antwort.))

126 **Netz 6**

127 S1: ((Dreht das Netz. Faltet es mit dem Schieberegler auseinander. Dreht das  
128 Netz nochmals um 45 Grad. Tippt mit den Fingern auf dem Netz. Überprüft die  
129 eingegebene Antwort.))

130 **Netz 7**

131 S1: ((Dreht das Würfelnetz. Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler ganz  
132 auf. Überprüft die eingegebene Antwort.))

133 **Netz 8**

134 S1: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler ganz auf. Dreht das Wür-  
135 felnetz ein Stück nach unten.)) Da gibt es kein Vorne und kein Hinten. ((Über-  
136 prüft die eingegebene Lösung. Dreht das zusammengefaltete Objekt.))

137 **Netz 9**

138 S1: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler auseinander. Dreht das  
139 Würfelnetz ein Stück, um das Würfelnetz aus einer anderen Richtung zu sehen.  
140 Zeigt mit dem Zeigefinger auf verschiedene Flächen. Dreht das Würfelnetz in  
141 eine andere Lage der Ebene.)) Jetzt sieht man's besser. Das geht nicht. ((Über-  
142 prüft die eingegebene Antwort.)) Das geht ja doch. ((Dreht den Würfel. Faltet  
143 ihn langsam mit dem Schieberegler auf. Faltet es mit dem Schieberegler zu-  
144 sammen. Faltet es dann nochmals ganz auf.)) Ah, Pferde gehen.

145 **Netz 10**

146 S1: ((Dreht das Würfelnetz. Dreht das Würfelnetz, sodass es gut sichtbar ist  
147 und die untere Fläche senkrecht liegt. Deutet mit dem Finger die Faltungen  
148 an.)) Das geht. ((Überprüft die eingegebene Lösung.))

149 **Teilumgebung 2**

150 **Netz 11**

151 S1: ((Zieht das Quadrat gezielt an eine geeignete Stelle, sodass ein Z entsteht.  
152 Überprüft die Aufgabe.))

153 **Netz 12**

154 S1: ((Ergänzt das Netz zu einem T. Überprüft die Aufgabe.))

155 **Netz 13**

156 S1: ((Zieht das Quadrat gezielt an eine Stelle des Netzes. Überprüft die Auf-  
157 gabe.))

158 **Netz 14**

159 S1: ((Zieht das Quadrat schnell an eine Stelle des Netzes. Überprüft die Auf-  
160 gabe.))

161 L: Wie geht das denn so schnell bei dir? Wie machst du das?

162 S1: Naja, ich kenn die halt gut.

163 **Netz 15**

164 S1: ((Dreht das Netz etwas. Ergänzt Netz zu einem T und zu einem Z.)) Entwe-  
165 der so oder so. Das hatten wir schon.

166 L: Dann versuch doch, ob du nochmal eines findest.

167 S1: ((Zieht das Würfelnetz langsam an das Netz heran. Dreht das Würfelnetz,  
168 sodass es in einer anderen Lage liegt. Deutet mit ihren Fingern an, wie sie das  
169 faltet.)) Das geht sogar.

170 **Netz 16**

171 S1: ((Dreht das Würfelnetz in eine andere Lage.)) Schon wieder.

172 L: Jetzt brauchst du noch eine andere Möglichkeit.

173 S1: ((Zieht Quadrat an eine Stelle. Deutet mit ihren Fingern das Falten an.)) Ja,  
174 das müsste gehen. ((Überprüft die Aufgabe.)) Hmm. ((Dreht den Würfel, sodass  
175 die die überlappende und die offene Seite sieht.))

176 **Netz 17**

177 S1: ((Rotiert das Würfelnetz, sodass es ganz sichtbar ist. Zieht das Quadrat  
178 zielsicher an eine Stelle des Netzes. Dreht das Würfelnetz in eine andere Lage.

179 Tippt mit den Fingern auf dem Würfelnetz. Überprüft die Aufgabe.))

180 **Teilumgebung 3**

181 **Netz 18**

182 S1: ((Dreht das Würfelnetz. Faltet es mit dem Schieberegler ganz auf. Dreht es  
183 nochmals ein Stück.)) Wenn ich das als unten nehme. ((Zeigt auf eine Fläche  
184 des Würfelnetzes. Dreht den Würfel eins nach unten und wieder nach oben.))  
185 Der Würfel ist unten lila. ((Färbt eine Fläche lila.)) Vorne ist grün. ((Färbt eine  
186 Fläche grün. Dreht den Würfel eins nach rechts und wieder zurück.)) Nochmal  
187 grün. ((Färbt die Fläche grün. Dreht den Würfel nach links und wieder zurück.))  
188 Blau. ((Färbt eine Fläche blau. Dreht den Würfel nach oben.)) Das oben grün.  
189 Wenn ich das hochklappe. Dann klappe ich das zur Seite. Dann ist das oben.  
190 ((Zeigt mit dem Zeigefinger auf die entsprechenden Flächen. Färbt eine Fläche  
191 grün. Dreht den Würfel eins nach hinten und dann wieder ein Stück zurück.))  
192 Das Hinten ist dann wieder blau. ((Färbt eine Fläche blau. Überprüft die Auf-  
193 gabe und dreht den entstandenen Würfel ein paar Mal um die eigene Achse.))

194 **Netz 19**

195 S1: ((Dreht den Würfel, sodass alle gefärbten Seiten zu sehen sind. Faltet das  
196 Würfelnetz mit dem Schieberegler ganz auf.))  
197 S1: Wieso klappst du das eigentlich immer auf?  
198 L: Dann seh ich es besser.  
199 S1: ((Dreht das Würfelnetz, sodass sich die Lage im Raum verändert. Dreht  
200 Würfel eins nach oben, dann zwei nach unten und wieder eins nach oben.  
201 Dreht Würfel eins nach unten und nach oben.)) Das da blau. ((Färbt die Fläche  
202 blau.)) Das vorne ist lila. ((Färbt eine Fläche lila. Dreht den Würfel nach links.  
203 Färbt eine Fläche gelb.)) Das gelb. ((Dreht den Würfel zwei nach rechts.)) Lila  
204 dann rot. ((Färbt die Fläche rot. Dreht den Würfel nach eins nach oben und zu-  
205 rück.)) Das hinten ist lila. ((Dreht den Würfel eins nach oben.)) Das oben ist  
206 grün. ((Färbt die Fläche des Würfels gelb. Überprüft die Aufgabe. Dreht den  
207 Würfel.)) Ach da oben gelb geht auch. Ich habs jetzt halt so hingestellt.

208

## Beobachtung 1 (Kind 1) – 15.02.2023

### 209 **Teilumgebung 1**

#### 210 **Netz 20**

211 S1: ((Faltet das Würfelnetz mit dem Schieberegler auseinander. Dreht das Wür-  
212 felnetz etwas. Tippt mit ihren Fingern auf dem Würfelnetz. Überprüft die einge-  
213 gebene Antwort.))

#### 214 **Netz 21**

215 S1: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler auseinander. Tippt mit ihren Fin-  
216 gern auf dem Netz herum. Dreht das Netz in eine andere Lage. (4) Überprüft  
217 die eingegebene Antwort. Dreht das entstandene Objekt, bis die roten Seiten  
218 sichtbar sind.))

#### 219 **Netz 22**

220 S1: ((Rotiert das Netz. Schiebt es mit dem Schieberegler auf.))

221 L: Du kannst gerne laut überlegen.

222 S1: Das hoch. Das hoch. Das hoch. Dann klapp ich das nach oben. Aber dann  
223 überschlagen sich zwei Seiten. ((Deutet mit ihrem Finger jeweils die Faltrich-  
224 tung an. Überprüft die eingegebene Lösung und dreht das entstandene Objekt,  
225 bis die rote Seiten sichtbar ist.))

#### 226 **Netz 23**

227 S1: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler auf. Dreht es in eine andere  
228 Lage.)) Da klapp ich das hoch. Das hoch. Dann das nach da hinten. Dann bleibt  
229 die mir hier unten hängen. Das ist zu lang. ((Überprüft die eingegebene Auf-  
230 gabe. Dreht das entstandene Objekt, bis sie die überlappenden roten Seiten  
231 sieht.))

#### 232 **Netz 24**

233 S1: ((Dreht das Netz etwas. Schiebt es auf. Dreht das Netz nochmals.)) Das  
234 geht sowas von nicht, das weiß man. ((Überprüft die eingegebene Lösung und  
235 dreht das entstandene Objekt langsam ein paar Mal um die eigene Achse.))

### 236 **Teilumgebung 3**

237 **Netz 25**

238 S1: ((Dreht das Würfelnetz, sodass alle Seiten sichtbar sind. Dreht den Wür-  
239 fel.)) Hier ist unten. ((Zeigt mit dem Finger auf eine bestimmte Fläche.)) Da  
240 kommt lila. ((Färbt eine Fläche lila.)) Dann nehm ich das vorne. ((Dreht den  
241 Würfel eins nach unten und wieder zurück.)) Das ist auch lila. ((Färbt den Wür-  
242 fel lila.)) Dann die Seite. ((Dreht den Würfel eins nach rechts und wieder zu-  
243 rück.)) Die ist rot. ((Färbt die Fläche rot. Dreht den Würfel nach links und wieder  
244 zurück.)) Gelb. ((Färbt eine Fläche gelb. Dreht den Würfel zwei nach hinten.))  
245 Und hinten. Rot. ((Färbt eine Fläche rot. Schiebt das Würfelnetz mit dem Schie-  
246 beregler zusammen und dreht es langsam in verschiedene Richtungen. Über-  
247 prüft die Aufgabe.))

248 **Netz 26**

249 S1: ((Dreht das Würfelnetz. Dreht den Würfel kurz. Dreht den Würfel eins nach  
250 unten und wieder zurück.)) Das da ist unten, dann muss ich das blau färben.  
251 ((Dreht den Würfel nach links.)) Diese Seite hier auch blau. ((Dreht den Würfel  
252 zwei nach rechts und eins nach links.)) Diese Seite grün. ((Färbt die Fläche  
253 grün.)) Dann gelb. ((Färbt die Fläche gelb.)) Das oben. ((Dreht den Würfel eins  
254 nach oben und wieder zurück.)) Auch gelb. ((Färbt die Fläche gelb.)) Und das  
255 hinten. ((Dreht den Würfel zwei nach hinten)). Blau. ((Färbt die Fläche blau.  
256 Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen. Dreht den selbst ge-  
257 färbten Würfel in verschiedene Richtungen. Überprüft die Aufgabe.))

258 **Teilumgebung 2**

259 **Netz 27**

260 S1: ((Ergänzt das Netz gezielt zu einem Z. Überprüft die Aufgabe.))

261 **Netz 28**

262 S1: ((Ergänzt das Netz gezielt zu einem T. Überprüft die Aufgabe.))

263 L: Woher weißt du, wie man das Quadrat ergänzen muss?

264 S1: Wenn man die Würfel kennt und lange angeschaut hat, dann kriegt man  
265 das irgendwann raus.

266 **Netz 29**

267 S1: ((Fügt das Quadrat gezielt an eine Stelle des Würfelnetzes. Überprüft die  
268 Aufgabe.))

269 L: Da musstest du jetzt gar nicht falten?

270 S1: Nein, da bin ich zu gut.

271 **Netz 30**

272 S1: ((Fügt das Quadrat gezielt an eine Stelle des Würfelnetzes. Überprüft die  
273 Aufgabe.))

274 **Netz 31**

275 S1: ((Fügt das Quadrat langsam und bedacht an das Würfelnetz.)) Das kommt  
276 mir komisch vor. ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler langsam zusam-  
277 men. Dreht das entstandene Objekt, sodass das Loch zu sehen ist. Schiebt das  
278 Netz mit dem Schieberegler wieder auseinander. Schiebt das Quadrat eine  
279 Weile über den Bildschirm. Heftet es dann an einer Stelle an. Dreht das Würfel-  
280 netz in eine andere Lage in der gleichen Ebene.)) Hm, das müsste gehen.  
281 ((Tippt mit ihren Fingern auf das Würfelnetz. Überprüft die Aufgabe. Dreht den  
282 Würfel unsystematisch.))

283 **Netz 32**

284 S1: ((Ergänzt das Würfelnetz gezielt zu einem Z. Überprüft die Aufgabe.))

285 **Netz 33**

286 L: Jetzt kannst du versuchen, das Quadrat auch noch an einer anderen Stelle  
287 anzufügen.

288 S1: Hm. ((Zieht das Quadrat zunächst an verschiedene Stellen. Heftet es dann  
289 an einer Stelle an. (2) Schiebt es mit dem Schieberegler langsam zusammen.  
290 Schiebt entstandenes Objekt mit dem Schieberegler wieder auf.)) Das passt  
291 nicht. Hm. Ich weiß auch nicht. Vielleicht da? ((Zieht das Quadrat an eine an-  
292 dere Stelle. Tippt mit ihren Fingern auf dem Würfelnetz.)) Ja das geht. ((Über-  
293 prüft die Aufgabe.))

294 **Netz 34**

295 S2: ((Ergänzt Würfelnetz schnell zu einem Kreuz. Überprüft die Aufgabe.))

296

## Beobachtung 1 (Kind 1) – 17.02.2023

### 297 **Teilumgebung 1**

#### 298 **Netz 35**

299 S1: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler auseinander.)) Wenn man das  
300 als unten nimmt. Dann kann das hoch und das rüberfalten. Dann kann man das  
301 hoch und das hoch. Die Seite ist falsch. Das überklappt sich und die bleibt frei.  
302 ((Zeigt mit dem Zeigefinger auf die entsprechenden Flächen. Überprüft die ein-  
303 gegebene Antwort.))

#### 304 **Netz 36**

305 S1: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler auseinander. Dreht das  
306 Netz in verschiedene Richtungen.)) Das ist ein L wie Lukas. Aber Lukas funktio-  
307 niert nie. Nein das geht nicht. ((Überprüft die eingegebene Lösung.))

#### 308 **Netz 37**

309 S1: ((Rotiert das Würfelnetz, sodass sie alle Flächen des Netzes sehen kann.  
310 Schiebt es mit dem Schieberegler auf. Dreht es in eine andere Lage der  
311 Ebene.)) Das ist dann unten. Man kann das und das hochklappen und dann das  
312 hoch. Das nach oben und das nach hinten. ((Zeigt mit ihren Fingern auf die ent-  
313 sprechenden Seiten. Überprüft die eingegebene Lösung.))

#### 314 **Netz 38**

315 S1: ((Dreht das Netz, sodass alle Flächen sichtbar sind und die Lage in der  
316 Ebene sich verändert. Schiebt es mit dem Schieberegler auseinander. Tippt mit  
317 ihren Fingern auf dem Netz herum. Überprüft die eingegebene Lösung.))

### 318 **Teilumgebung 3**

#### 319 **Netz 39**

320 S1: ((Dreht den Würfel nach oben und wieder nach unten.)) Unten ist rot.  
321 ((Färbt die Fläche rot.)) Dann kommt vorne gelb. ((Färbt die Fläche gelb. Dreht  
322 den Würfel eins nach rechts und zurück.)) Gelb. ((Färbt die Fläche gelb. Dreht  
323 den Würfel eins nach links und zurück. Färbt die Fläche blau. Dreht den Würfel  
324 eins nach oben.)) Und oben ist dann blau. ((Dreht den Würfel nach oben.))  
325 Grün. ((Färbt die Fläche des Würfels grün. Überprüft die Aufgabe. Dreht den  
326 gefärbten Würfel in alle Richtungen.))

327 **Teilumgebung 2**

328 **Netz 40**

329 S1: ((Zieht das Quadrat schnell und gezielt an eine Stelle des Netzes. Überprüft  
330 die Aufgabe.))

331 **Netz 41**

332 S1: ((Zieht das Quadrat schnell an eine bestimmte Stelle des Netzes. Überprüft  
333 die Aufgabe.))

334 **Netz 42**

335 L: Das Kreuz hatten wir schon. Kannst du auch eine andere Möglichkeit finden?

336 S1: ((Zieht das Quadrat eine Weile hin und her. Heftet es an eine Stelle an.  
337 Dreht es in eine andere Lage. Tippt mit den Fingern auf dem Netz herum.)) Das  
338 geht so. ((Überprüft die Antwort.))

339 **Netz 43**

340 S1: ((Ergänzt das Netz zu einem T. Überprüft die Aufgabe.))

341 **Netz 44**

342 S1: ((Ergänzt Netz zu einem Z. Überprüft die Aufgabe.))

343 **Teilumgebung 3**

344 **Netz 45**

345 S1: ((Dreht das Würfelnetz nach unten und wieder zurück.)) Das ist blau.  
346 ((Färbt eine Fläche des Würfelnetzes blau.)) Vorne ist gelb. ((Färbt eine Fläche  
347 des Würfelnetzes gelb. Dreht den Würfel eins nach links und wieder zurück.  
348 Dreht den Würfel eins nach rechts und wieder zurück. Färbt zwei Flächen des  
349 Würfelnetzes gelb. Dreht den Würfel eins nach hinten.)) Oben ist gelb. ((Färbt  
350 die Fläche des Würfelnetzes gelb. Dreht den Würfel nach hinten.)) Hinten ist  
351 dann lila. ((Färbt die Fläche des Würfelnetzes lila. Überprüft die Aufgabe.))

## Beobachtung 2 (Kind 2) – 13.02.2023

352

### 353 **Teilumgebung 1**

#### 354 **Netz 46**

355 S2: ((Dreht das Würfelnetz um 180 Grad, sodass nicht mehr die weiße, sondern  
356 die schwarze Seite oben liegt. Dreht das Würfelnetz wieder andersherum.)) Ich  
357 glaube ja.

358 L: Du kannst gerne laut sagen, was du denkst.

359 S2: ((Dreht das Würfelnetz nochmals.)) Weil das unten ist. Dann ist das links.  
360 Das oben. Das rechts und das da ganz hinten. ((Zeigt entsprechend auf die je-  
361 weiligen Seiten. Löst die Aufgabe, dreht das Netz so, dass sie die weiße Seite  
362 sehen kann. Überprüft dann die Aufgabe. Rotiert den Würfel nochmals.))

#### 363 **Netz 47**

364 S2: ((Dreht das Würfelnetz, sodass sie alle Flächen sehen kann.)) Ne, ich glaub  
365 nicht. Da ist dann gar nichts und dann überklappts da. ((Zeigt auf die jeweiligen  
366 Stellen. Dreht das Würfelnetz in eine andere Raumlage.)) Ja das überklappt  
367 dann. Das geht nicht. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht den Würfel  
368 nochmals ein Stück, sodass die übereinander gefalteten und die leere Seite  
369 sichtbar sind.))

#### 370 **Netz 48**

371 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück.)) Das glaub ich auch nicht. Weil dann ist  
372 da hinten nichts und da oben überklappt es sich. ((Zeigt mit dem Zeigefinger an  
373 die entsprechenden Stellen. Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht Würfel  
374 nochmals.))

#### 375 **Netz 49**

376 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein paar Mal in verschiedene Richtungen. Deutet mit  
377 dem Zeigefinger verschiedene Richtungen an.)) Ich glaub das geht. Dann ist  
378 das unten. Das links. Das vorne. Das hinten und das rechts. ((Deutet mit ihrem  
379 Zeigefinger an die entsprechenden Stellen. Löst die Aufgabe und überprüft sie.  
380 Dreht den Würfel.))

381 **Netz 50**

382 S2: ((Dreht Würfelnetz, sodass alle Flächen sichtbar sind. Dreht Würfelnetz in  
383 eine andere Lage.)) (3) Das geht auch. Dann ist das da unten. Das ist vorne.  
384 Das rechts. Das hinten. Dann ist das oben oder (3) Dann ist das oben und das  
385 links. ((Zeigt mit dem rechten Zeigefinger jeweils auf die entsprechenden Sei-  
386 ten. Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht den Würfel.))

387 **Netz 51**

388 S2: ((Dreht das Netz.)) Ich glaub, da überklappt das da wieder das und dann ist  
389 da nichts. ((Zeigt auf die entsprechenden Seiten. Löst die Aufgabe und über-  
390 prüft sie. Dreht den Würfel.)) Ja.

391 **Netz 52**

392 S2: ((Dreht das Würfelnetz. Faltet mit dem Schieberegler das Netz auseinan-  
393 der.)) Das hatten wir vorhin schonmal. Das überklappt sich dann. ((Löst die Auf-  
394 gabe und überprüft sie.))

395 **Teilumgebung 2**

396 **Netz 53**

397 S2: ((Fügt das Quadrat so an das Würfelnetz an, dass ein Z entsteht. Dreht das  
398 Netz ein Stück. Zeigt mir den Zeigefinger in der Luft verschiedene Richtungen  
399 an. Überprüft die Aufgabe.))

400 **Netz 54**

401 S2: ((Fügt das Quadrat gezielt an einer Stelle an.))

402 L: Wie konntest du das so schnell anfügen?

403 S2: Ich kenn die Formen halt. Das weiß ich halt. ((Überprüft die Aufgabe.))

404 **Netz 55**

405 S2: Hm (3) ((Dreht das Würfelnetz in eine andere Lage der Ebene. Fügt Quad-  
406 rat gezielt an einer anderen Stelle an. Überprüft die Aufgabe.))

407 **Netz 56**

408 S2: ((Dreht das Netz in eine andere Lage der Ebene. Ergänzt das Würfelnetz  
409 gezielt zu einem Kreuz. Überprüft die Aufgabe.))

410 **Netz 57**

411 S2: ((Rotiert das Würfelnetz, sodass die weiße Seite oben liegt. Zieht Quadrat  
412 an Netz heran.)) Ne. Das geht nicht.

413 L: Du kannst gerne laut denken. Warum denn?

414 S2: Weil oben dann nichts ist. Das da links. Das da vorne. Das rechts. Das da  
415 hinten und dann geht das nochmal da hin. ((Zeigt auf die entsprechenden Stel-  
416 len. Zieht Quadrat an eine andere Stelle.)) (4) Das ist links. Das ist hinten. Das  
417 ist so. ((Zeigt jeweils auf die Flächen und den Faltvorgang.)) Ja das geht.  
418 ((Überprüft die Aufgabe.))

419 **Netz 58**

420 S2: ((Ergänzt Netz gezielt zu einem Z. Überprüft die Aufgabe.))

421 **Teilumgebung 3**

422 **Netz 59**

423 S2: ((Rotiert das Würfelnetz etwas. Dreht den Würfel. Dreht das Würfelnetz.  
424 Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen.)) Emilie hat mir mal  
425 was erklärt. Das ist blau. ((Färbt Vorderseite des Würfels blau. Dreht den Würfel  
426 etwas, sodass sie die obere Fläche auch sehen kann. Schiebt den Schiebereg-  
427 ler mit dem Würfel auseinander. Verfolgt mit dem Finger die Seite des Wür-  
428 fels.)) Dann ist das da grün. ((Färbt die entsprechende Seite grün. Schiebt mit  
429 dem Schieberegler das Würfelnetz wieder zusammen. Dreht den zusammenge-  
430 schobenen Würfel nach hinten. Dreht den vorgegebenen Würfel nach hinten.  
431 Schiebt mit dem Schieberegler das Würfelnetz auf. Verfolgt dabei die rote  
432 Seite.)) Dann ist das da rot. ((Zeigt mit dem Finger auf das Quadrat. Färbt es  
433 rot. Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler wieder zusammen. Dreht  
434 es.)) Hä. ((Dreht vorhandenen Würfel nach unten und hinten.)) Ah dann blau.  
435 ((Schiebt den Würfel auseinander. Färbt die entsprechende Fläche blau. Dreht  
436 den gefärbten Würfel nach rechts. Schiebt mit dem Schieberegler das Würfel-  
437 netz zusammen. Dreht den gefärbten Würfel unsystematisch. Dreht den eige-  
438 nen Würfel.)) Das da grün. ((Färbt eine Seite grün. Dreht den gefärbten Würfel.  
439 Dreht den eigenen Würfel.)) Dann ist das da gelb. ((Dreht den eigenen Würfel  
440 und dreht den gefärbten Würfel. Überprüft die Aufgabe.)) Ja, das stimmt.

441 **Netz 60**

442 S2: ((Zoomt das Würfelnetz etwas größer. Dreht das Würfelnetz zur Seite.

443 Zoomt es nochmals etwas heran.))

444 L: Brauchst du den Schieberegler, um das Würfelnetz zu färben?

445 S2: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler ganz auf.)) Unten. (Deutet  
446 mit ihrem Zeigefinger verschiedene Kippbewegungen an. Zeigt auf eine Fläche.

447 Dreht den Würfel ein Stück nach vorne und dann wieder zurück. Färbt eine

448 Seite lila. Dreht den gefärbten Würfel nach unten und nach oben. Zeigt mit ihren

449 Fingern verschiedene Bewegungen an.)) Dann ist das rot. ((Färbt die Fläche

450 entsprechend rot. Dreht den Würfel nach oben.)) Das da blau. ((Dreht den Wür-

451 fel nochmals nach oben.)) Das da lila. ((Dreht den gefärbten Würfel nach rechts

452 und wieder zurück. Dreht ihn nach links und wieder zurück.)) Grün. Und das

453 auch. ((Färbt die entsprechenden Flächen des Würfelnetzes grün.)) Überprüft

454 die Aufgabe.

455 **Netz 61**

456 S2: ((Dreht das Würfelnetz in eine bestimmte Lage.)) Links. Rechts. Unten.

457 Dann ist das da vorne. ((Zeigt auf die entsprechenden Quadrate des Würfelnet-

458 zes. Dreht Würfel ein Stück.)) Dann ist die Seite unten. ((Färbt entsprechende

459 Seite grün. Dreht den Würfel nach oben.)) Dann ist grün vorne. Also da. ((Färbt

460 entsprechende Seite des Würfelnetzes grün. Dreht den Würfel nach oben.))

461 Dann das lila. Weil das oben ist. ((Zeigt auf Fläche des Würfelnetzes. Färbt die

462 Fläche entsprechend lila. Dreht den Würfel.)) Da ist überall nur lila und grün.

463 ((Dreht den Würfel weiter. Färbt beide übrig gebliebenen Seiten lila.)) Und jetzt

464 muss ich nochmal schauen. ((Dreht Würfel nochmal in alle Richtungen. Faltet

465 Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen. Dreht mit dem rechten Zeigefin-

466 ger den zusammengefalteten Würfel und mit dem linken Zeigefinger den ge-

467 färbten Würfel in die gleiche Richtung. Überprüft die Aufgabe.))

468

## Beobachtung 2 (Kind 2) – 15.02.2023

### 469 **Teilumgebung 1**

#### 470 **Netz 62**

471 S2: Ich glaub das geht. Das ist dann unten. Das vorne. Das hinten. Das oben.  
472 Links und rechts. ((Deutet jeweils an die Stelle. Überprüft die Aufgabe. Dreht  
473 den Würfel.)) Ja.

#### 474 **Netz 63**

475 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück, sodass sie es gut sehen kann.)) Ich glaub  
476 das geht nicht. Auf der Seite ist nichts und auf der Seite überklappt es sich.  
477 ((Zeigt entsprechend auf die Seiten. Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht  
478 das entstandene Objekt.)) Ja, dann ist da nichts.

#### 479 **Netz 64**

480 S2: ((Dreht das Netz etwas.)) Hm. Unten. Vorne. Rechts. Oben. Links. Hinten.  
481 ((Zeigt auf die entsprechenden Flächen.)) Ja das geht. ((Löst die Aufgabe und  
482 überprüft sie. Dreht entstandenen Würfel etwas.))

#### 483 **Netz 65**

484 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück.)) Ja. Das ist zu einfach. ((Löst die Auf-  
485 gabe und überprüft sie.))

### 486 **Teilumgebung 2**

#### 487 **Netz 66**

488 S2: ((Schiebt das Quadrat gezielt an eine Stelle. Überprüft die Aufgabe.)) Ja.

#### 489 **Netz 67**

490 S2: Das hatten wir gerade schon. ((Heftet Quadrat gezielt an einer Stelle des  
491 Würfelnetzes an. Überprüft die Aufgabe.))

#### 492 **Netz 68**

493 S2: ((Zieht Quadrat an verschiedene Stellen.)) So könnte es gehen. Vorne. Hin-  
494 ten. Unten. Links. Oben. Rechts. ((Deutet entsprechend mit ihren Fingern auf  
495 die Flächen des Würfels. Überprüft die Aufgabe.))

496 **Teilumgebung 3**

497 **Netz 69**

498 S2: ((Dreht das Würfelnetz, sodass alle Flächen sichtbar sind. Schiebt das Wür-  
499 felnetz mit dem Schieberegler zusammen. Zeigt mit dem Finger auf bestimmte  
500 Fläche. Schiebt den Würfel mit dem Schieberegler auf und dreht es.)) Rot da.  
501 ((Färbt die entsprechende Seite des Würfels rot. Dreht den gefärbten Würfel  
502 eins nach links. Schiebt das zu färbende Würfelnetz zusammen. Dreht es eins  
503 nach links. Schiebt den Würfel auseinander. Verfolgt mit ihrem Finger die ent-  
504 sprechende Seite. Färbt die Seite gelb. Dreht den gefärbten Würfel nach links.  
505 Faltet das Würfelnetz zusammen. Dreht es nach links. Färbt die Fläche rot. Fal-  
506 tet das Würfelnetz auseinander. Dreht den Würfel nach links. Schiebt das Wür-  
507 felnetz mit dem Schieberegler wieder zusammen und dreht es nach links.  
508 Schiebt den Würfel mit dem Schieberegler wieder langsam auseinander. Färbt  
509 die Seite gelb. Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler wieder zusam-  
510 men. Dreht den vorgefärbten Würfel nach oben und unten. Schiebt den Würfel  
511 wieder auseinander. Färbt die zwei restlichen Farben blau. Dreht zunächst ei-  
512 genen Würfel ein Stück. Dreht dann vorgefärbten Würfel. Dreht wieder zu fär-  
513 benden Würfel. Dreht den gefärbten Würfel. Dreht den zu färbenden Würfel.  
514 Dreht den gefärbten Würfel.)) Ok. ((Überprüft die Aufgabe.))

515 **Netz 70**

516 S2: ((Dreht Würfelnetz ein Stück. Dreht gefärbten Würfel etwas zurecht.))  
517 L: Brauchst du den Schieberegler zum Lösen?  
518 S2: Nein. ((Dreht den Würfel etwas.)) Das hier ist unten. ((Färbt eine Fläche des  
519 Würfelnetzes gelb. Dreht Würfelnetz eins nach links.)) Links. ((Färbt eine Flä-  
520 che gelb. Dreht den Würfel weiter.)) Dann das auch. ((Färbt eine Seite des Wür-  
521 felnetzes gelb. Dreht den Würfel unsystematisch. Überfärbt alle Flächen weiß.))  
522 L: Warum färbst du den Würfel neu?  
523 S2: Ich wusste nicht, wo das rot hinkommt. ((Dreht den Würfel.)) Einfach grün  
524 unten. ((Färbt Würfelnetz. Dreht den Würfel eins nach unten.)) Dann kommt rot.  
525 ((Färbt den. Dreht den Würfel in verschiedene Richtungen.)) Und der Rest voll  
526 gelb. ((Färbt die restlichen Seiten gelb. Überprüft die Aufgabe.))

527 **Netz 71**

528 S2: ((Rotiert das Würfelnetz, sodass sie es ganz sehen kann. Dreht den gefärb-  
529 ten Würfel. Dreht das Würfelnetz nochmals in eine andere Raumlage. Schiebt  
530 das Würfelnetz auf. Dreht am Würfel.)) Dann ist gelb unten. ((Färbt eine Fläche  
531 am Würfel gelb. Dreht den Würfel eins nach oben.)) Dann ist das gelb. ((Färbt  
532 die entsprechende Fläche des Würfelnetzes gelb. Dreht den Würfel eins nach  
533 oben.)) Dann ist oben wieder gelb. ((Dreht den gefärbten Würfel eins nach un-  
534 ten.)) Dann ist das rot. ((Färbt die entsprechende Seite rot. Dreht das Würfel-  
535 netz mehrmals nach unten. Dreht das Würfelnetz eins nach links und eins nach  
536 rechts.)) Dann sind die zwei noch grün. ((Färbt die entsprechenden Seiten grün.  
537 Überprüft die Aufgabe.))

538 **Netz 72**

539 S2: ((Rotiert das Netz, sodass sie es ganz sehen kann. Dreht den Würfel ge-  
540 zielt. Schiebt das Würfelnetz ganz auf.)) Das ist unten ((Färbt eine Fläche rot.  
541 Dreht den Würfel eins nach vorne und wieder zurück.)) Dann grün. ((Färbt die  
542 Fläche daneben grün. Dreht den Würfel eins nach oben. Tippt mit dem Finger  
543 auf mehrere Stellen des Würfelnetzes.)) Dann ist das hier auch rot. Das ist  
544 oben. ((Färbt das Quadrat entsprechend rot. Dreht Würfel nochmals eins nach  
545 hinten.)) Dann ist das blau. ((Färbt entsprechende Seite blau. Dreht den Würfel  
546 eins nach rechts und zwei nach links.)) Dann ist das blau und das gelb. ((Färbt  
547 die Flächen entsprechend. Überprüft die Aufgabe.))

548

## Beobachtung 2 (Kind 2) – 17.02.2023

### 549 **Teilumgebung 1**

#### 550 **Netz 73**

551 S2: ((Dreht das Netz ein Stück.)) Ich glaub das geht.

552 L: Du kannst gerne laut überlegen.

553 S2: Das ist unten. Dann ist das oben. Links. Rechts. Vorne. Hinten ((Zeigt je-  
554 weils auf die Fläche. Überprüft die eingegebene Antwort. Dreht den Würfel et-  
555 was.))

#### 556 **Netz 74**

557 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück nach vorne. Faltet es mit dem Schiebereg-  
558 ler auseinander.)) Das ist unten, hinten, oben. Links. Rechts. ((Zeigt jeweils auf  
559 eine Fläche.)) Ich glaub. Hm, das geht. ((Überprüft die eingegebene Antwort.  
560 Dreht ein Stück am Würfel.)) Richtig.

#### 561 **Netz 75**

562 S2: ((Dreht das Netz, sodass sie alle Flächen sehen kann.)) Das geht nicht.  
563 Das überklappt sich. ((Zeigt auf die Mitte.)) Und dann ist auf der rechten Seite  
564 gar nichts. ((Faltet das Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen. Dreht es  
565 ein Stück. Überprüft die eingegebene Antwort.))

#### 566 **Netz 76**

567 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück, sodass alle Flächen zu sehen sind.)) Das  
568 geht. Rechts, links, hinten, unten, oben, vorne. ((Zeigt dabei auf die entspre-  
569 chenden Seiten. Überprüft die eingegebene Antwort. Dreht den Würfel ein  
570 Stück.))

#### 571 **Netz 77**

572 S2: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück. Überprüft die eingegebene Antwort.))

### 573 **Teilumgebung 2**

#### 574 **Netz 78**

575 S2: ((Fügt das Quadrat zielgerichtet an einer Stelle an. Zeigt mit Finger auf das  
576 Quadrat des Würfelnetzes und deutet eine Richtung an.)) Da glaub ich. ((Über-  
577 prüft die Aufgabe.))

578 **Netz 79**

579 S2: ((Tippt auf Quadrat, zieht es eine Weile mit.)) Hm. ((Heftet es anschließend  
580 an eine Stelle des Quadrats. Macht eine überlegende Geste und deutet mit dem  
581 Finger in der Luft herum.)) Das geht glaub ich auch. ((Zoomt entstandenes Wür-  
582 felnetz etwas größer.)) Weil das ist dann unten. Das ist links. Hinten. ((Deutet  
583 mit dem Zeigefinger auf die jeweiligen Quadrate.)) Ja das geht auch. ((Über-  
584 prüft die Aufgabe.))

585 **Netz 80**

586 S2: ((Tippt auf das Quadrat und schiebt es mit dem Finger. Zieht es zu drei be-  
587 reits vorhandenen Quadraten.)) Da geht es nicht. ((Schiebt es an eine andere  
588 Stelle.)) Ahm. ((Deutet mit ihren Fingern auf verschiedene Quadrate.)) Hm.  
589 Geht nicht. ((Zieht Quadrat an andere Stelle. Deutet mit ihren Fingern von ver-  
590 schiedenen Quadraten aus hin und her.)) Ja, das geht glaub ich auch. ((Über-  
591 prüft die Aufgabe.))

592 **Netz 81**

593 S2: ((Ergänzt das Quadrat so, dass ein T entsteht.)) So geht's. ((Überprüft die  
594 Aufgabe.))

595 **Netz 82**

596 S2: ((Ergänzt das Netz gezielt.)) So. ((Überprüft die Aufgabe.))

597 **Teilumgebung 3**

598 **Netz 83**

599 S2: ((Dreht das Netz ein Stück. Schiebt es mit dem Schieberegler auseinan-  
600 der.)) Hmm. ((Dreht den gefärbten Würfel ein Stück.)) Das ist unten. ((Färbt ein  
601 Quadrat rot. Dreht den gefärbten Würfel eine Seite nach oben weiter.)) Das ist  
602 vorne. ((Färbt ein Quadrat lila.)) Das da ist oben ((Zeigt auf ein Quadrat. Dreht  
603 den Würfel nach oben.)) Also grün. ((Dreht den Würfel nach hinten.)) Hm. Ist  
604 das gelb oder... ((Färbt ein Quadrat gelb. Deutet etwas mit dem Zeigefinger.))  
605 Ne. ((Färbt das daneben liegende Quadrat gelb. Färbt die zuvor gelb gefärbte  
606 Fläche wieder weiß. Deutet mit ihrem Finger auf das Netz.)) Nein, das kann  
607 nicht sein. ((Hebt die Färbung wieder auf.)) So. Oben ist das. ((Deutet mit ihrem  
608 Zeigefinger verschiedene Richtungen an.)) Gelb. ((Färbt das zuletzt gelb ge-  
609 färbte Quadrat wieder gelb. Dreht den Würfel nach links und nach unten.)) Von

610 gelb. Dann ist das nochmal grün. ((Färbt Quadrat links neben dem gelben grün.  
611 Dreht den Würfel zwei nach rechts.)) Und das dann lila. ((Färbt die letzte Fläche  
612 lila. Überprüft die Aufgabe.))

#### 613 **Netz 84**

614 S2: ((Dreht das Würfelnetz etwas nach links und unten. Faltet das Würfelnetz  
615 dann mit dem Schieberegler auf. Dreht den Würfel nach unten.)) Unten. ((Färbt  
616 ein Quadrat des Netzes grün. Dreht den Würfel eins nach oben. Färbt eine Flä-  
617 che rot.)) Vorne. ((Dreht den Würfel eins nach oben. Färbt eine Seite blau.))  
618 Oben. ((Dreht den Würfel eins nach oben.)) Hinten. ((Färbt die entsprechende  
619 Quadratfläche gelb.)) Dann eins runter. Gelb. ((Dreht den Würfel eins nach un-  
620 ten und eins nach rechts. Färbt die entsprechende Quadratfläche rot. Dreht den  
621 Würfel zwei nach links.)) Das ist dann noch blau. ((Färbt das letzte Quadrat  
622 blau. Überprüft die Aufgabe.))

#### 623 **Netz 85**

624 S2: ((Dreht das Netz und faltet es mit dem Schieberegler auseinander. Dreht es  
625 noch ein Stück nach oben. Dreht mit der linken Hand den Würfel nach unten.))  
626 Rot ist unten. ((Färbt mit dem rechten Zeigefinger ein Quadrat des Würfelnetzes  
627 rot. Dreht mit dem linken Zeigefinger den Würfel eins nach oben.)) Grün. ((Färbt  
628 mit dem rechten Zeigefinger das unter dem roten Quadrat liegende Quadrat  
629 grün. Dreht Würfel mit der linken Hand nach oben und wieder nach unten.))  
630 Dann ist oben gelb. ((Färbt mit der rechten Hand die entsprechende Seite gelb.  
631 Dreht mit links den Würfel zwei nach hinten.)) Und dann nochmal gelb. ((Färbt  
632 mit dem rechten Zeigefinger das Würfelnetz gelb. Dreht den Würfel mit dem lin-  
633 ken Zeigefinger nach rechts.)) Auf der Seite dann lila. ((Dreht mit dem linken  
634 Zeigefinger den Würfel nach links.)) Und gelb. ((Färbt mit dem linken Zeigefin-  
635 ger das letzte Quadrat gelb. Überprüft die Aufgabe.))

#### 636 **Netz 86**

637 S2: ((Dreht das Würfelnetz. Faltet es mit dem Schieberegler auf. Dreht das  
638 Würfelnetz nochmals, sodass die weiße Seite oben liegt. Dreht den Würfel mit  
639 links eins nach unten und dreht ihn wieder nach oben.)) Das ist unten. ((Zeigt  
640 mit dem Finger auf eine Quadratfläche. Färbt diese mit der rechten Hand  
641 grün.)) Dann ist das vorne. ((Zeigt auf entsprechende Seite des Netzes und

642 färbt diese blau. Dreht den Würfel eins nach oben.) Dann ist das da... ((Färbt  
643 weitere Seite mit links grün. Dreht Würfel eins nach oben.)) Halt stopp. Aber  
644 oben. ((Deutet mit ihren Fingern auf das Würfelnetz.)) Achja. ((Färbt weitere  
645 Seite grün. Dreht den Würfel eins nach links. Färbt Seite grün. Dreht Würfel  
646 zwei nach rechts.)) Das ist lila. ((Überprüft die Aufgabe.))

647

### Beobachtung 3 (Kind 3) – 13.02.2023

#### 648 **Teilumgebung 1**

##### 649 **Netz 87**

650 S3: ((Rotiert das Netz. Faltet es dann langsam mit dem Schieberegler zusam-  
651 men.)) Das geht nicht. ((Dreht das entstandene Objekt.)) Da überklappen sich  
652 zwei Seiten und hier ist nichts. ((Überprüft die eingegebene Antwort.))

##### 653 **Netz 88**

654 S3: ((Rotiert das Würfelnetz. Faltet es dann mit dem Schieberegler Stück für  
655 Stück zusammen.)) Das geht. ((Überprüft die eingegebene Antwort.))

##### 656 **Netz 89**

657 S3: ((Rotiert das Würfelnetz ein Stück.)) Das geht. ((Faltet das Würfelnetz lang-  
658 sam zusammen. Überprüft die eingegebene Antwort.))

##### 659 **Netz 90**

660 S3: ((Rotiert das Netz, sodass es ganz sichtbar ist. Schiebt dann langsam das  
661 Netz mit dem Schieberegler zusammen.))

662 L: Brauchst du den Schieberegler?

663 S3: Ne. Eigentlich sehe ich auch so schon, dass die beiden Seiten sich über-  
664 klappen. Und da ist dann ein Loch. ((Zeigt mit ihrem Finger an die jeweiligen  
665 Stellen. Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht den Würfel, bis die sich über-  
666 lappenden Seiten zu sehen sind.))

##### 667 **Netz 91**

668 S3: ((Rotiert das Würfelnetz ein Stück.)) (3) Das geht.

669 L: Du darfst gerne laut denken.

670 S3: Man kann das hoch und das hoch. Dann das da hoch und dann noch die  
671 zwei anderen hoch. ((Zeigt entsprechend mit ihren auf die Flächen und verdeut-  
672 licht Faltung durch Drehbewegungen. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

673 **Netz 92**

674 S3: ((Zoomt zunächst das Würfelnetz größer. Dreht es, sodass alle Flächen gut  
675 sichtbar sind. Schiebt es mit dem Schieberegler schnell zusammen. Schiebt  
676 das Würfelnetz wieder auseinander.)) Ich weiß schon, das hatte ich schon mal.  
677 ((Dreht das Netz nochmal etwas.)) Das geht. ((Löst die Aufgabe und überprüft  
678 sie.))

679 **Lernumgebung 2**

680 **Netz 93**

681 S3: Des kommt glaub da? ((Schiebt das blaue Quadrat an eine Stelle. Schiebt  
682 das  
683 Würfelnetz zusammen. Dreht den entstandenen Würfel.)) Ja, des geht. ((Über-  
684 prüft die Aufgabe.))

685 **Netz 94**

686 S3: ((Zieht das Quadrat so an, dass ein Kreuz entsteht und schiebt das Netz mit  
687 dem Schieberegler langsam zusammen.)) So geht das. ((Dreht den Würfel et-  
688 was. Überprüft die Aufgabe.))

689 L: Brauchst du den Schieberegler?

690 S3: Ja, dann kann ich nochmal nachgucken, obs auch echt ein Würfel ist. Aber  
691 ich kanns auch so.

692 **Netz 95**

693 S3: ((Rotiert das Netz.)) Das ist leicht, das ist leicht. Das kommt nach da hin.  
694 Das haben wir auch oben an der Tafel hängen. ((Ergänzt das Netz zu einem T.  
695 Faltet das Würfelnetz mit dem Schieberegler schnell zusammen. Überprüft die  
696 Aufgabe.))

697 **Netz 96**

698 S3: ((Ergänzt das Netz gezielt zu einem Z. Schiebt es langsam mit dem Schie-  
699 beregler zusammen. Dreht es kurz.)) So geht's. ((Überprüft die Aufgabe.))

700 **Netz 97**

701 S3: ((Dreht das Netz zunächst. Fügt das Netz an einer Stelle an.)) So könnte es  
702 gehen. ((Faltet das Würfelnetz langsam mit dem Schieberegler zusammen.  
703 Überprüft die Aufgabe.))

704 **Lernumgebung 3**

705 **Netz 98**

706 S3: Muss ich das so machen? ((Zeigt auf das zu färbende Würfelnetz, das  
707 leicht

708 eingeklappt ist.))

709 L: Du darfst das machen, wie du möchtest.

710 S3: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler zusammen. Und vergrößert den  
711 Würfel.)) Ich machs immer zuerst wie ein Würfel. Dann guck ich mir die Farbe  
712 an und dann mach ichs in der Farbe. ((Dreht den gefärbten Würfel, bis eine  
713 ganze Seite zu sehen ist. Dreht ihren eigenen Würfel. Färbt diesen blau. Dreht  
714 den eigenen Würfel nach links. Dreht den gefärbten Würfel nach links. Färbt die  
715 leere Fläche rot. Dreht den gefärbten Würfel nach links. Dreht den eigenen  
716 Würfel nach links. Färbt die Seite rot. Dreht den gefärbten Würfel nach links.  
717 Dreht den eigenen Würfel nach links. Dreht den eigenen Würfel nach oben.  
718 Dreht den vorgefärbten Würfel nach oben. Färbt die Fläche entsprechend rot.  
719 Dreht den zu färbenden Würfel.)) Oh, da ist noch eine leer. ((Dreht den gefärb-  
720 ten Würfel unsystematisch.)) Da muss noch blau hin. ((Überprüft die Aufgabe.))  
721 Ja.

722 **Netz 99**

723 L: Kannst du das Netz auch ohne den Schieberegler färben?

724 S3: ((Dreht den Würfel.)) Das ist oben. Das ist dann auch oben. ((Zeigt auf eine  
725 Seite. Färbt die Seite entsprechend lila. Dreht den Würfel nach unten. Färbt die  
726 Fläche darunter lila. Dreht den Würfel nach unten. Färbt die Fläche darunter lila.  
727 Dreht den Würfel nach unten. Färbt die Fläche gelb. Dreht den Würfel eins nach  
728 unten.)) Da kommt lila. Was kommt daneben? ((Dreht den Würfel nach links.))  
729 Blau. ((Färbt die Fläche entsprechend blau. Dreht den Würfel zwei nach unten  
730 und eins nach rechts.)) Da kommt dann blau. ((Färbt die Seite blau. Überprüft  
731 die Aufgabe.)) Ja, das ist richtig.

732 **Netz 100**

733 S3: Wenn des oben ist, dann ist... ((Färbt entsprechende Fläche blau. Dreht  
734 Würfel eins nach rechts.)) Daneben auch. ((Zieht blau an die entsprechende  
735 Stelle. Dreht Würfel eins nach links und eins nach unten.)) Rot. ((Färbt Fläche

736 rot. Dreht Würfel nach links.) Und da links. Blau. ((Färbt Fläche blau. Dreht  
737 Würfel nach links. Färbt Fläche gelb. Dreht Würfel zwei nach rechts und eins  
738 nach unten.)) Blau. ((Überprüft die Aufgabe.)) Richtig.

739

### Beobachtung 3 (Kind 3) – 15.02.2023

#### 740 **Teilumgebung 1**

##### 741 **Netz 101**

742 S3: Wenn man das hoch und das hoch und das da hin. Das kommt auch noch  
743 da hin. ((Zeigt mit ihren Fingern die Faltrichtung an.)) Dann gibt das ein Würfel.  
744 ((Überprüft die eingegebene Antwort. Dreht den Würfel. Schiebt ihn mit dem  
745 Schieberegler nochmals langsam auf.))

##### 746 **Netz 102**

747 S3: ((Dreht den Würfel. Schiebt das Netz mit dem Schieberegler ganz auf.))  
748 Das geht. Das klappt man da hoch. Dann das. Dann klappt man die drei hoch.  
749 ((Zeigt mit ihren Fingern die Faltrichtung an.)) Dann ist es schon ein Würfel.  
750 ((Überprüft die eingegebene Antwort.))

##### 751 **Netz 103**

752 S3: ((Faltet das Würfelnetz auf. Dreht es.)) Das geht, das hatten wir schon am  
753 Anfang. ((Faltet das Würfelnetz mit dem Schieberegler langsam zusammen.))  
754 So wars. ((Überprüft die eingegebene Aufgabe.))

#### 755 **Lernumgebung 2**

##### 756 **Netz 104**

757 S3: Fügt Quadrat an beliebiger Stelle an. ((Schiebt es langsam mit dem Schie-  
758 beregler zusammen.)) Das geht nicht oder doch? Das geht. ((Überprüft die Auf-  
759 gabe. Dreht den Würfel.))

##### 760 **Netz 105**

761 S3: ((Schiebt Quadrat gezielt an eine Seite.)) Wenn man des hochklappt. Dann  
762 das. Dann das. Dann ist das das Dach. Das. Und dann noch das hochklappen.  
763 ((Zeigt mit ihrem Zeigefinger an die entsprechende Stelle. Überprüft die Auf-  
764 gabe.))

##### 765 **Netz 106**

766 S3: ((Schiebt das Quadrat so an wie zuvor.)) Das ist das gleiche.

767 L: Gibt es noch eine andere Möglichkeit?

768 S3: ((Schiebt Quadrat an eine andere Stelle.)) (5) Das geht. Wenn man das  
769 hochklappt. Das. Dann noch die beiden so. Dann ist es schon ein Würfel.

770 ((Zeigt mit ihrem Zeigefinger jeweils die Faltbewegungen an. Überprüft die Auf-  
771 gabe. Dreht den Würfel.))

### 772 **Lernumgebung 3**

#### 773 **Netz 107**

774 S3: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen. Dreht am ge-  
775 färbten Würfel. Färbt die erste Seite gelb. Dreht gefärbten Würfel nach rechts.  
776 Dreht eigenen Würfel nach rechts. Färbt die Seite blau. Dreht zu färbenden  
777 Würfel nach rechts. Dreht gefärbten Würfel nach rechts. Färbt die Seite lila.  
778 Dreht zu färbenden Würfel nach rechts. Dreht gefärbten Würfel nach rechts.  
779 Färbt die Seite blau. Dreht eigenen Würfel nach unten. Dreht gefärbten Würfel  
780 nach unten. Färbt die Seite rot. Dreht eigenen Würfel zwei nach oben. Dreht ge-  
781 färbten Würfel zwei nach oben. Färbt die Seite grün. Überprüft die Aufgabe.))  
782 Ja.

#### 783 **Netz 108**

784 S3: Wenn das oben ist, ist das oben. ((Zeigt erst auf den Würfel, dann auf das  
785 Würfelnetz.)) Dann muss ich das rot markieren. ((Färbt Fläche rot. Dreht Würfel  
786 eins nach unten. Färbt die Fläche blau. Dreht Würfel eins nach unten. Färbt die  
787 Fläche rot.)) Dann so rüber. ((Dreht das Würfel nach links. Färbt die Fläche  
788 grün. Dreht den Würfel zwei nach rechts. Färbt die Fläche blau. Dreht den Wür-  
789 fel eins nach unten. Färbt die Fläche blau. Überprüft die Aufgabe.))

#### 790 **Netz 109**

791 S3: ((Dreht das Würfelnetz. Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler zum  
792 flachen Würfelnetz. Dreht den Würfel. Färbt die erste Fläche lila. Dreht den  
793 Würfel eins nach rechts. Färbt die Fläche blau. Dreht den Würfel nach unten.  
794 Färbt die Fläche rot. Dreht den Würfel nach rechts. Färbt die Fläche rot. Dreht  
795 den Würfel nach rechts. Färbt die Fläche blau. Dreht den Würfel eins nach links  
796 und eins nach unten. Färbt die letzte Fläche grün.)

797

### Beobachtung 3 (Kind 3) – 17.02.2023

#### 798 **Teilumgebung 1**

##### 799 **Netz 110**

800 S3: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler auf.)) (3) Das geht nicht.  
801 Da ist kein Dach. ((Schiebt mit dem Schieberegler das Netz langsam zusam-  
802 men.)) Hab ich doch gewusst. ((Dreht das entstandene Objekt.)) Da stehen wel-  
803 che über und da ist ein Loch. ((Überprüft die eingegebene Antwort.))

##### 804 **Netz 111**

805 S3: ((Dreht das Würfelnetz, sodass sie es sehen kann. Schiebt es mit dem  
806 Schieberegler auf. Dreht das Würfelnetz noch ein Stück.)) Das war letztes Mal  
807 auch so. Das geht. ((Überprüft die Aufgabe.))

##### 808 **Netz 112**

809 S3: ((Dreht das Würfelnetz. Schiebt es mit dem Würfelnetz auseinander.)) (...)   
810 Das geht nicht. ((Überprüft die eingegebene Antwort.)) Falsch. Das geht doch.  
811 Man warum mach ich das immer falsch? ((Dreht das entstandene Objekt.  
812 Schiebt ihn mit dem Schieberegler nochmals langsam auf.))

#### 813 **Teilumgebung 2**

##### 814 **Netz 113**

815 S3: ((Zieht das Quadrat zielstrebig an eine bestimmte Seite des Netzes. Schiebt  
816 mit dem Schieberegler langsam das Netz zusammen.)) So geht's. ((Überprüft die  
817 Aufgabe.))

##### 818 **Netz 114**

819 S3: ((Zieht langsam und reflektierend das Quadrat an verschiedene Stellen des  
820 Netzes. Heftet es an eine Stelle des Netzes. Schiebt das Würfelnetz mit dem  
821 Schieberegler langsam zusammen.)) So kann man das machen. ((Überprüft die  
822 Aufgabe.))

##### 823 **Netz 115**

824 S3: Das ist leicht. ((Ergänzt das Quadrat gezielt zu einem T. Dreht das Würfel-  
825 netz etwas. Überprüft die Aufgabe.))

826 **Netz 116**

827 S3: ((Zieht Quadrat langsam an mehreren Seiten vorbei. Heftet Quadrat an ei-  
828 ner Stelle an. Schiebt das Würfelnetz langsam mit dem Schieberegler zusam-  
829 men. Überprüft die Aufgabe.))

830 **Netz 117**

831 S3: ((Ergänzt das Quadrat schnell zu einem T. Überprüft die Aufgabe.)) Das ist  
832 so leicht.

833 **Netz 118**

834 S3: ((Ergänzt das Quadrat an einer Stelle.)) War das nicht das, das nicht ging?  
835 (8) Das geht.

836 L: Du kannst ruhig laut sagen, was du dir dabei überlegst.

837 S3: Da kann man das hoch und das hoch. Dann kann man das da hoch und  
838 das rüber. Und dann kann man die beiden zusammenklappen. ((Zeigt mit ihren  
839 Fingern jeweils die Faltrichtung an. Schiebt mit dem Schieberegler langsam das  
840 Netz zusammen. Überprüft die Aufgabe.))

841 **Netz 119**

842 S3: ((Ergänzt das Quadrat zu einem Z. Faltet das Netz mit dem Schieberegler  
843 langsam zusammen.)) Ja, das geht. ((Überprüft die Aufgabe.))

844 **Teilumgebung 3**

845 **Netz 120**

846 S3: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler auf. Faltet es anschließend zu ei-  
847 nem Würfel zusammen. Dreht den zusammengefalteten Würfel etwas. Dreht  
848 den gefärbten Würfel, sodass die blaue Seite sich vorne befindet. Färbt die Flä-  
849 che des anderen Würfels blau. Dreht den gefärbten Würfel eins nach unten.  
850 Dreht den zu färbenden Würfel eins nach unten. Dreht den gefärbten Würfel  
851 eins nach unten. Dreht den zu färbenden Würfel eins nach unten. Dreht den ge-  
852 färbten Würfel ein nach unten. Dreht den zu färbenden Würfel eins nach unten.  
853 Dreht den gefärbten Würfel eins nach unten. Dreht den zu färbenden Würfel  
854 eins nach unten. Dreht den gefärbten Würfel eins nach links. Dreht den zu fär-  
855 benden Würfel eins nach links. Dreht den gefärbten Würfel eins nach oben.  
856 Dreht den zu färbenden Würfel eins nach oben. Dreht den zu färbenden Würfel  
857 unsystematisch. Sieht weiße Fläche. Dreht zu färbenden Würfel eins nach links.

858 Dreht gefärbten Würfel so lange, bis sie die rote Seite sieht. Dreht zu färbenden  
859 Würfel eins nach rechts. Dreht gefärbten Würfel eins nach rechts. Färbt die  
860 Seite blau. Dreht den gefärbten Würfel und den zu färbenden Würfel nochmals  
861 unsystematisch.))

#### 862 **Netz 121**

863 S3: ((Schiebt Würfelnetz schnell komplett auf. Dreht das Würfelnetz langsam in  
864 eine andere Position. Dreht den Würfel ein wenig.)) Das ist oben. ((Färbt eine  
865 Seite des Würfelnetzes grün. Dreht Würfel eins nach links. Färbt das darunter-  
866 liegende Quadrat des Würfelnetzes rot. Dreht den Würfel eins nach unten.  
867 Färbt das Quadrat daneben lila. Dreht den Würfel eins nach unten. Färbt das  
868 nebenliegende Quadrat gelb. Dreht den Würfel eins nach unten. Färbt das da-  
869 nebenliegende Quadrat lila. Dreht den Würfel eins nach links. Färbt die letzte  
870 freie Quadratfläche gelb. Überprüft die Aufgabe.)) Hm.

#### 871 **Netz 122**

872 S3: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler auseinander. Dreht leicht  
873 an dem Würfel. Färbt die erste Fläche des Würfelnetzes lila. Dreht das Würfel-  
874 netz etwas.)) Ist das jetzt so rum oder so? ((Lehnt sich nach links und nach  
875 rechts. Dreht das Tablet ein wenig. Dreht den Würfel eins schräg nach rechts  
876 oben. Färbt die nächste Fläche des Würfels rot. Dreht den Würfel eins schräg  
877 nach links. Färbt die Fläche des Würfelnetzes rot. Dreht den Würfel eins schräg  
878 nach rechts unten und eins schräg nach rechts unten. Färbt das Würfelnetz lila.  
879 Dreht den Würfel eins schräg nach links oben. Färbt die angrenzende Fläche  
880 blau. Dreht den Würfel eins schräg nach links oben. Färbt die letzte Fläche  
881 grün. Überprüft ihre Lösung.))

#### 882 **Netz 123**

883 S3: ((Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler schnell auseinander. Färbt  
884 die erste Fläche des Würfelnetzes grün. Dreht den Würfel eins schräg nach  
885 links oben. Färbt die sich anschließende Fläche gelb. Dreht den Würfel eins  
886 schräg nach rechts oben. Färbt die nächste Fläche blau. Dreht den Würfel eins  
887 schräg nach rechts unten. Färbt die entsprechende Fläche lila. Dreht den Wür-  
888 fel eins schräg nach links oben und rechts unten. Färbt die nächste Fläche  
889 grün. Dreht den Würfel eins schräg links unten. Überprüft die Aufgabe.))

890

## Beobachtung 4 (Kind 4) – 13.02.2023

### 891 **Teilumgebung 1**

#### 892 **Netz 124**

893 S4: ((Faltet das Netz mit dem Schieberegler schnell komplett zusammen. Dreht  
894 das Objekt anschließend. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

895 L: Warum war das kein Würfelnetz?

896 S4: Weil da noch offen ist.

#### 897 **Netz 125**

898 S4: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück, sodass er alle Flächen gut sehen kann.  
899 Faltet das Würfelnetz schnell mit dem Schieberegler komplett zusammen und  
900 dreht den Würfel.)) Zu, zu, zu, zu, zu. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

#### 901 **Netz 126**

902 S4: ((Faltet das Netz mit dem Schieberegler schnell komplett zusammen. Dreht  
903 den Würfel. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

904 L: Du machst es dir ja ganz schön einfach.

905 S4: Geht auch einfach.

#### 906 **Netz 127**

907 L: Bevor du jetzt wieder den Schieberegler komplett verwendest. Überlege dir  
908 mal, brauchst du ihn?

909 S4: Na gut. ((Dreht das Würfelnetz mit dem Finger hin und her. Löst die Auf-  
910 gabe und überprüft sie. Diese ist falsch.)) Nein. ((Dreht den zusammengefalte-  
911 ten Würfel nochmals gezielt.)) Hä. Ok, da ist kein Loch.

#### 912 **Netz 128**

913 S4: ((Rotiert das Netz zunächst, sodass alle Flächen gut sichtbar sind.)) Ich hab  
914 eine Idee. ((Schiebt das Netz langsam mit dem Schieberegler zusammen. Beobachtet die sich zusammenfaltenden Seiten des Netzes.)) Hab ich mir gedacht.  
915 ((Schiebt Netz schnell wieder auseinander. Löst die Aufgabe und überprüft  
916 sie.))  
917

918 L: Warum hast du dir das gedacht?

919 S3: Weil hier zwei Quadrate sind ((Zeigt mit dem Finger auf die Seiten.)) Das ist  
920 falsch.

921 **Netz 129**

922 S4: ((Rotiert das Würfelnetz zunächst, sodass alle Flächen gut zu sehen sind.  
923 Schiebt es langsam mit dem Schieberegler zusammen.)) Zuklappen und dann  
924 kann es gehen. Jap. ((Schiebt dieses schnell wieder auseinander. Löst die Auf-  
925 gabe und überprüft sie.))

926 **Netz 130**

927 S4: Neue Aufgabe. ((Schiebt das Netz ein Stück zusammen. Kommt vom  
928 Schieberegler herunter und kann das Netz nicht mehr weiter zusammenschie-  
929 ben.)) Das muss man zuklappen. Das könnte gehen. ((Löst die Aufgabe und  
930 überprüft sie. Schiebt das Netz nochmals auseinander und dreht es.))

931 **Netz 131**

932 S4: Neue Aufgabe.

933 L: Kannst du den Schieberegler auch nur ein Stück weiterschieben?

934 S4: Ja, ich kanns auch nur so. ((Schiebt Schieberegler nur ein kleines Stück  
935 nach rechts.)) Da, da, da. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie.)) Ja.

936 **Netz 132**

937 S4: ((Dreht das Netz ein paar Mal. (3))) Das ist da ein F. ((Löst die Aufgabe und  
938 überprüft sie.))

939 L: Woher wusstest du, dass das Netz falsch ist?

940 S4: Das war ein F. Das hatten wir schonmal.

941 **Netz 133**

942 S4: ((Rotiert das Netz ein wenig.)) Geht nicht.

943 L: Warum geht das nicht?

944 S4: Weil das ein ganzer Strich ist. Da geht hinten und vorne. ((Löst die Aufgabe  
945 und überprüft sie.))

946 **Netz 134**

947 S4: ((Rotiert das Netz. Faltet es auf.)) Das hatte ich schon. Das geht (.) nicht.  
948 ((Faltet das Netz mit dem Schieberegler zusammen. Dreht es ein Stück.)) Da  
949 bleibt es offen. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

950 **Netz 135**

951 L: Brauchst du den Schieberegler noch?

952 S4: ((Faltet den Schieberegler ein Stück nach rechts. Dreht das entstandene  
953 Objekt ein Stück.)) Da, da. Das geht. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

954 **Netz 136**

955 S4: ((Faltet das Netz ein Stück zusammen und dreht es so, dass er die überlap-  
956 pendenden Seiten sehen kann. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

957 L: Warum ging das gerade nicht?

958 S4: Weil sonst würden die zwei ja aufeinander gehen.

959 **Lernumgebung 2**

960 **Netz 137**

961 S4: ((Ergänzt das Würfelnetz mit dem blauen Quadrat zu einem T. Löst die Auf-  
962 gabe und überprüft sie.))

963 **Netz 138**

964 L: Kannst du das Netz auch anders ergänzen?

965 S4: Ich kenn das nur so ((Ergänzt das Netz zu einem T.))

966 L: Vielleicht kannst du auch den Schieberegler benutzen?

967 S4: Stimmt, den hab ich ja auch noch.

968 S4: Dann mach ich mal so. ((Ergänzt das Netz an einer Stelle und schiebt mit  
969 dem Schieberegler das entstandene Netz zusammen. Faltet es mit dem Schie-  
970 beregler wieder auseinander.)) Geht nicht. ((Schiebt das Quadrat an eine an-  
971 dere Stelle. Schiebt das Netz wieder zusammen. Zwei Seiten überlappen sich.

972 Faltet es mit dem Schieberegler wieder auseinander.)) Ich kenn kein anderes.

973 Hä. ((Zieht das Quadrat an eine andere Stelle.)) Ja, das sieht gut aus. ((Schiebt  
974 das Würfelnetz komplett zusammen und dreht es. Löst die Aufgabe und über-  
975 prüft sie.))

976 **Netz 139**

977 L: Findest du noch eine neue Möglichkeit?

978 S4: Nochmal eine Möglichkeit? Wie ist das möglich? So vielleicht? ((Zieht das  
979 Quadrat an die Stelle oberhalb des vorherigen Quadrats. Faltet es mit dem  
980 Schieberegler zusammen.)) Ich habs, ich habs. ((Löst die Aufgabe und über-  
981 prüft sie.))

982 **Netz 140**

983 S4: Noch eins? Dann probiere ich das halt ((Ergänzt Netz zu einem Z. Und faltet  
984 es mit dem Schieberegler zusammen.)) Oh, das geht ja. ((Löst die Aufgabe und  
985 überprüft sie.))

986 **Netz 141**

987 S4: Endlich mal. ((Zieht das Quadrat schnell an eine bestimmte Stelle des ge-  
988 gebenen Netzes.)) Ich weiß das ist richtig. Das hatten wir schonmal. ((Faltet  
989 das Netz mit dem Schieberegler zum Würfel zusammen und dreht es. Löst die  
990 Aufgabe und überprüft sie.))

991 **Lernumgebung 3**

992 **Netz 142**

993 S4: ((Dreht das Würfelnetz etwas. Dreht den gefärbten Würfel nach links und  
994 nach rechts, sodass zwei gefärbte Seiten sichtbar sind.)) Ok, das wird schwer.  
995 Jetzt machen wir das so und so. Die müssen übereinander sein. ((Färbt zwei  
996 nebeneinanderliegende Flächen des Würfelnetzes grün. Dreht den Würfel nach  
997 links und zurück. Färbt ein Quadrat des Würfelnetzes lila. Dreht den Würfel  
998 nochmals. Färbt eine Fläche des Würfelnetzes gelb. Dreht den Würfel unkon-  
999 trolliert. Färbt das übrig gebliebene Quadrat grün. Schiebt den Würfel mit dem  
1000 Schieberegler zusammen.)) Aha. ((Dreht diesen.)) Schau mal, ich habe es ge-  
1001 schafft. ((Dreht den vorgegebenen Würfel)). Nein, der sieht ja anders aus. Das  
1002 muss ich nochmals verbessern. ((Schiebt den Würfel auseinander zu einem fla-  
1003 chen Würfelnetz. (5) Schiebt das Würfelnetz nochmals zusammen.)) Was war  
1004 das jetzt beim Würfel? Was muss jetzt nochmal weg? ((Zeigt auf eine Seite des  
1005 Würfels. Faltet den Würfel wieder auseinander.)) Was muss da dann jetzt hin?  
1006 Aha. Das da ist es. Das ist dann grün und das ist dann lila. ((Zieht die beiden  
1007 Farben auf die entsprechenden Flächen. Schiebt das Würfelnetz wieder zusam-  
1008 men und dreht den Würfel.)) So, okay, okay. ((Löst die Aufgabe und überprüft  
1009 sie.)) Das war falsch.

1010 **Netz 143**

1011 S4: ((Dreht das Würfelnetz. Dreht den gefärbten Würfel. Faltet das Würfelnetz  
1012 mit dem Schieberegler zu einem Würfel zusammen.)) Dann mach ich das jetzt  
1013 einfach so. ((Dreht den gefärbten Würfel auf der linken Seite, sodass zwei Flä-  
1014 chen zu sehen sind.)) Gelb, gelb. ((Färbt zwei Seiten des rechten Würfels gelb.  
1015 Dreht den linken Würfel zwei nach hinten.)) Lila, blau. ((Dreht den zu färbenden  
1016 Würfel eins nach hinten. Färbt die Seite lila. Dreht den zu färbenden Würfel eins  
1017 nach hinten. Färbt die Seite blau. Dreht den gefärbten Würfel nach vorne und  
1018 eins nach rechts.)) Rot. ((Dreht den zu färbenden Würfel nach vorne und eins  
1019 nach links. Färbt die Fläche rot. Dreht schnell den gefärbten Würfel, bis eine  
1020 rote Seite sichtbar ist. Dreht dann zwei nach oben.)) Auf beiden Seiten rot.  
1021 ((Dreht den selbst gefärbten Würfel unsystematisch. Dreht den zu färbenden  
1022 Würfel ein paar Mal. Überprüft die Aufgabe.))

1023

## Beobachtung 4 (Kind 4) – 15.02.2023

### 1024 **Teilumgebung 1**

#### 1025 **Netz 144**

1026 S4: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück, sodass alle Flächen zu sehen sind. Faltet  
1027 das Würfelnetz mit dem Schieberegler ein Stück. Dreht es anschließend, um  
1028 besser sehen zu können, wo sich die einzelnen Seiten hinfalten. Faltet im An-  
1029 schluss das Würfelnetz nochmals und dreht es dann wieder entsprechend. Löst  
1030 die Aufgabe und überprüft sie.))

#### 1031 **Netz 145**

1032 S4: ((Dreht das Netz. Schiebt das Netz mit dem Schieberegler zusammen. Löst  
1033 die Aufgabe und überprüft sie.)) Das weiß ich, das ist falsch. ((Dreht das ent-  
1034 standene Objekt, bis die fehlenden Seiten sichtbar sind.))

#### 1035 **Netz 146**

1036 S4: ((Faltet das Würfelnetz ein Stück zusammen. Dreht es so, dass er die offe-  
1037 nen Seiten sehen kann. Faltet es langsam weiter zum Würfel. Löst die Aufgabe  
1038 und überprüft sie.)) Ja. ((Faltet den Würfel nochmals komplett auf. Und faltet ihn  
1039 langsam zusammen.))

#### 1040 **Netz 147**

1041 L: Brauchst du den Schieberegler?

1042 S4: ((Dreht das Netz so, dass er es überblicken kann. Dreht das Netz um 180  
1043 Grad, sodass es senkrecht steht. Löst die Aufgabe und überprüft sie. Dreht das  
1044 entstandene Objekt etwas.))

#### 1045 **Netz 148**

1046 S4: ((Dreht das Netz, sodass er es vollständig sehen kann. Dreht das Netz  
1047 leicht von links nach rechts. Und wieder von rechts nach links.))

1048 L: Kannst du das auch im Kopf falten?

1049 S4: Ja. Das ist der Boden. Dann muss ich das hoch und das. Dann falte ich das  
1050 hoch. Klappe das drüber und das da runter. ((Zeigt jeweils mit seinem Zeigefin-  
1051 ger die Faltrichtung an.)) (3) Ja genau, das geht dann. ((Löst die Aufgabe und  
1052 überprüft sie. Lösung ist falsch.)) Hä, immer wenn ich... Warum nicht? ((Dreht  
1053 das Würfelnetz, sodass er freie Seite und überlappende Seiten sieht.))

1054 **Lernumgebung 2**

1055 **Netz 149**

1056 S4: ((Zieht Quadrat gezielt an eine geeignete Stelle.)) (2) Das kenn ich. ((Über-  
1057 prüft die Aufgabe.))

1058 **Netz 150**

1059 S4: Neue Aufgabe. ((Versucht Quadrat an mehreren Stellen des Netzes anzufü-  
1060 gen. Heftet das Quadrat an einer Stelle an, sodass ein F entsteht. (3) Dreht das  
1061 Netz unkontrolliert. (4) Faltet das Netz mit dem Schieberegler schnell zusam-  
1062 men. Dreht das entstandene Objekt.)) Da klappen sich zwei aufeinander.  
1063 ((Schiebt das Netz auseinander. Dreht das Netz nochmals leicht. Faltet das  
1064 Netz langsam mit dem Schieberegler ein Stück zusammen. Dreht es etwas, so-  
1065 dass er die sich zusammenfaltenden Seiten sehen kann. Schiebt das Netz  
1066 nochmals etwas zusammen. Dreht das Netz. Schiebt das Netz langsam ganz  
1067 zusammen, sodass er die zwei sich zusammenklappende Seiten beobachten  
1068 kann. Dreht das zusammengesobene Objekt anschließend. Faltet es schnell  
1069 auf und dreht es.)) (3) Ok, dann muss ich anders. ((Zieht Quadrat gezielt an  
1070 eine Stelle, sodass ein Kreuz entsteht.)) Das geht. ((Schiebt das Würfelnetz  
1071 langsam mit dem Schieberegler zusammen und dreht den entstandenen Wür-  
1072 fel.)) Ja, das geht. ((Überprüft die Aufgabe.))

1073 **Lernumgebung 3**

1074 **Netz 151**

1075 S4: ((Dreht am gefärbten Würfel, sodass zwei Seiten zu sehen sind. Faltet das  
1076 Würfelnetz mit dem Schieberegler zusammen. Dreht es unkoordiniert.)) Grün,  
1077 lila. ((Färbt den Würfel zunächst grün, dann lila. Dreht den gegebenen Würfel  
1078 unkoordiniert eins nach hinten.)) Dann kommt gelb. ((Dreht schnell den zu fär-  
1079 benden Würfel eins nach hinten. Färbt die Seite gelb. Dreht den vorgegebenen  
1080 Würfel eins nach links.) Rot. (Dreht den eigenen Würfel eins nach links. Färbt  
1081 die Seite rot. Dreht den vorgegebenen Würfel nach links.) Da kommt nochmal  
1082 gelb. (Dreht den eigenen Würfel nach links. Färbt die Seite gelb. Dreht den zu  
1083 färbenden Würfel eins nach links. Diese Seite ist schon lila gefärbt. Dreht den  
1084 gefärbten Würfel eins nach hinten. Dreht den eigenen Würfel eins nach hinten.)  
1085 Ohje. Da ist schon gelb. Das stimmt nicht. (Dreht den gefärbten Würfel zwei

1086 nach hinten. Dreht den eigenen Würfel unsystematisch und färbt eine andere  
1087 Seite gelb. Dreht den gefärbten Würfel nochmals.) Da wo die gelb ist, muss die  
1088 blau hin. Hab ichs doch gewusst. ((Dreht nochmals den eigenen Würfel.)) Auf-  
1089 schieben. ((Faltet das Würfelnetz auf.)) Ist aber alles voll. ((Dreht das Würfel-  
1090 netz etwas. Färbt ein gelbes Quadrat des Netzes blau.)) So. Sollte richtig sein.  
1091 ((Überprüft die Aufgabe. Lösung ist richtig.))

## 1092 **Netz 152**

1093 L: Kannst du das Netz auch ohne den Schieberegler färben?

1094 S4: Das geht nicht. Das kann ich nicht. ((Schiebt das Würfelnetz schnell mit  
1095 dem Schieberegler zusammen. Dreht etwas am gefärbten Würfel. Färbt die  
1096 erste Seite des Würfels rot. Dreht den gefärbten Würfel erst in verschiedene  
1097 Richtungen. Dreht den Würfel dann von rot aus nach hinten. Dreht den eigenen  
1098 Würfel nach hinten. Färbt die Seite rot. Dreht den eigenen Würfel eins nach hin-  
1099 ten. Dreht vorgegeben Würfel eins nach hinten. Färbt die Seite entsprechend  
1100 blau. Dreht gefärbten Würfel eins nach hinten. Dreht eigenen Würfel eins nach  
1101 hinten und färbt die Seite grün. Dreht gefärbten Würfel eins nach rechts. Färbt  
1102 die rechte Seite rot. Dreht den zu färbenden Würfel nach rechts. Dreht gefärb-  
1103 ten Würfel nach rechts. Dreht den eigenen Würfel nach rechts.)) Ja, beide rot.  
1104 Ja, Ja. ((Dreht den gefärbten Würfel unsystematisch. Schiebt den Würfel mit  
1105 dem Schieberegler ganz auf.)) (2) Was? ((Dreht das Würfelnetz versehentlich.  
1106 Schiebt das Würfelnetz mit dem Schieberegler wieder zusammen. Dreht den zu  
1107 färbenden Würfel etwas. Dreht den gefärbten Würfel.)) Auch nochmal grün.  
1108 ((Schiebt den Würfel mit dem Schieberegler auf. Färbt die letzte freie Fläche  
1109 grün. Überprüft die Aufgabe. Lösung ist falsch.)) Was? ((Wählt neue Aufgabe  
1110 aus.)) Hä, was war da falsch? Kann ich nochmal zurück?

## 1111 **Netz 153**

1112 S4: ((Dreht das Würfelnetz, sodass jede Fläche zu sehen ist. Schiebt das Wür-  
1113 felnetz mit dem Schieberegler ganz zusammen. Dreht den zu färbenden Würfel,  
1114 sodass zwei Seiten zu sehen sind. Färbt die erste Seite lila. Färbt die dahinter  
1115 liegende Seite gelb. Dreht gefärbten Würfel schnell zwei nach hinten. Dreht den  
1116 zu färbenden Würfel eins nach hinten. Färbt die Fläche lila. Dreht den zu fär-  
1117 benden Würfel eins nach hinten. Färbt die Fläche blau. Dreht den gefärbten  
1118 Würfel nach rechts. Dreht den zu färbenden Würfel eins nach rechts. Färbt die

- 1119 Fläche gelb. Dreht den zu färbenden Würfel, bis er die nichtgefärbte Seite sieht.
- 1120 Dreht den gefärbten Würfel unsystematisch. Färbt die freie Seite gelb. Faltet
- 1121 den Würfel komplett auseinander.) Alle sind voll. ((Überprüft die Aufgabe. Lö-
- 1122 sung ist falsch.))

1123

## Beobachtung 4 (Kind 4) – 17.02.2023

### 1124 **Teilumgebung 1**

#### 1125 **Netz 154**

1126 S4: ((Dreht das Netz etwas, sodass er das Netz vollständig sehen kann. Löst  
1127 die Aufgabe und überprüft sie.)) Stimmt.

#### 1128 **Netz 155**

1129 S4: ((Schiebt das Netz mit dem Schieberegler schnell zusammen. Dreht die  
1130 entstandene Schachtel ein Stück, bis er das Loch sehen kann. Löst die Aufgabe  
1131 und überprüft sie.))

#### 1132 **Netz 156**

1133 S4: ((Dreht das Würfelnetz, sodass er es komplett sehen kann. Schiebt es mit  
1134 dem Schieberegler ein Stück zusammen. Dreht das entstandene Objekt, so-  
1135 dass der Faltprozess besser verfolgt werden kann. Schiebt es mit dem Schie-  
1136 beregler weit zusammen. Dreht es etwas. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

#### 1137 **Netz 157**

1138 S4: ((Dreht das Netz. Schiebt das Netz mit dem Schieberegler ein großes Stück  
1139 zusammen. Wählt die Antwort „nein“ aus und überprüft das Ergebnis.))

### 1140 **Teilumgebung 3**

#### 1141 **Netz 158**

1142 S4: ((Dreht das Würfelnetz ein Stück, sodass alle Flächen ganz sichtbar sind.  
1143 Faltet das Würfelnetz mit dem Schieberegler komplett zusammen. Dreht den  
1144 vorgegebenen Würfel. Färbt die erste Seite des Würfels grün. Dreht den vorge-  
1145 gebenen Würfel eins nach hinten. Dreht den zu färbenden Würfel eins nach hin-  
1146 ten. Färbt die Fläche lila. Dreht den zu färbenden Würfel nach hinten. Dreht den  
1147 vorgegebenen Würfel nach hinten. Färbt die Seite gelb. Dreht den zu färbenden  
1148 Würfel nach hinten.)) Gelb. Das ist meine Lieblingsaufgabe. ((Färbt die Seite  
1149 gelb. Dreht den vorgegebenen Würfel nach hinten. Dreht den eigenen Würfel  
1150 nach hinten.)) Ah, da ist ja schon grün. Hä. ((Dreht den vorgegebenen Würfel  
1151 ein Stück.)) Gelb. ((Dreht den eigenen Würfel, bis die Seiten gelb und lila zu se-  
1152 hen sind.)) Gelb. ((Dreht den vorgegebenen Würfel unkoordiniert.)) Wo ist lila?  
1153 ((Dreht den eigenen Würfel, bis er die lila Seite gefunden hat. Dreht den zu

1154 färbenden Würfel.) Grün. Auf welcher Seite von grün ist... Hier kommt grün  
1155 hin. ((Färbt die links neben der lila Seite liegende Fläche grün. Dreht den vorge-  
1156 gebenen Würfel.)) Hä. ((Färbt die letzte Seite blau. Schiebt den Würfel mit dem  
1157 Schieberegler zu einem Würfelnetz auf.)) Kann man den Würfel auch aufma-  
1158 chen? ((Setzt linken Zeigefinger und Daumen auf den Würfel an und zieht diese  
1159 nach außen. Der Würfel dreht sich leicht.)) Oh manno. Wie seh ich ob... ((Dreht  
1160 das Würfelnetz ein Stück. Färbt alle Flächen weiß. Schiebt das Würfelnetz  
1161 nochmals zusammen. Dreht gefärbten Würfel.)) Fangen wir mit blau an. ((Zieht  
1162 die Farbe blau auf die erste Seite. Dreht den gefärbten Würfel eins nach hinten.  
1163 Dreht den zu färbenden Würfel eins nach hinten und färbt die Seite lila. Dreht  
1164 den zu färbenden Würfel eins nach hinten. Dreht den gefärbten Würfel eins  
1165 nach hinten.)) Grün. ((Färbt den zu färbenden Würfel grün. Dreht den vorgege-  
1166 benen Würfel eins nach hinten.)) Gelb. ((Dreht den eigenen Würfel eins nach hin-  
1167 ten.)) Gelb. ((Färbt den eigenen Würfel gelb. Dreht vorgefärbten Würfel noch-  
1168 mal eins nach hinten.)) Blau. ((Dreht eigenen Würfel eins nach hinten)). Blau.  
1169 Gut. Was kommt dann auf diese Seite vom Würfel? ((Dreht gefärbten Würfel  
1170 eins nach rechts.)) Grün. ((Dreht eigenen Würfel eins nach rechts. Färbt die  
1171 Seite grün. Dreht den vorgegebenen Würfel nach rechts.)) Grün. ((Dreht zu fär-  
1172 benden Würfel nach recht.)) Auch grün. Gut. ((Dreht den vorgegebenen Würfel  
1173 nach rechts. Dreht eigenen Würfel nach rechts.)) Eins rüber. Gelb. ((Färbt die  
1174 Seite gelb. Schiebt den Würfel mit dem Schieberegler auseinander zum Würfel-  
1175 netz. Dreht das gefärbte Würfelnetz so, dass alle Flächen gut sichtbar sind.))  
1176 Ganz sicher. ((Überprüft die Aufgabe.))

## 1177 **Teilumgebung 1**

### 1178 **Netz 159**

1179 S4: ((Schiebt das Würfelnetz komplett mit dem Schieberegler zusammen. Dreht  
1180 das das entstandene Objekt so, dass das Loch sichtbar ist. Löst die Aufgabe  
1181 und überprüft sie.))

### 1182 **Netz 160**

1183 S4: ((Dreht das Netz so, dass es überblickt werden kann. Schiebt das Netz zu-  
1184 sammen und dreht es, bis er das Loch sehen kann. Löst die Aufgabe und über-  
1185 prüft sie.))

1186 **Teilumgebung 2**

1187 **Netz 161**

1188 S4: ((Ergänzt das Netz zu einem Kreuz. Überprüft die Aufgabe.))

1189 **Netz 162**

1190 S4: ((Schiebt das Quadrat an eine geeignete Stelle. Dreht das Netz etwas.

1191 Überprüft die Aufgabe.))

1192 L: Kannst du mir erklären, wie du das faltetest?

1193 S4: Ja. Nein, das ist mir zu schwer.

1194 **Netz 163**

1195 S4: Das hier kann ich dir erklären. ((Zieht das Quadrat zu einem Kreuz.)) Das  
1196 Boden. ((Deutet auf das links davon liegende Quadrat.)) So rüber. ((Deutet auf  
1197 das rechts davon liegende Quadrat.)) So rüber. ((Deutet auf das darüber lie-  
1198 gende Quadrat.)) Das auch hoch. ((Deutet auf das zwei weiter unten liegende  
1199 Quadrat.)) Das faltet man hoch. ((Deutet auf das Quadrat darunter.)) Das ist  
1200 dann das Dach. ((Überprüft die Aufgabe.))

1201 **Netz 164**

1202 S4: ((Dreht das Würfelnetz in alle möglichen Richtungen, bis Platz da ist, um  
1203 das Quadrat an das Netz zu ergänzen. Ergänzt das Quadrat, sodass das Wür-  
1204 felnetz aus zwei Dreierreihen besteht.))

1205 L: Kannst du das Würfelnetz auch anders ergänzen?

1206 S4: (Zieht das Quadrat an eine bestimmte Stelle des Netzes. Dreht das Würfel-  
1207 netz, in eine andere Lage, sodass er das ganze Netz überblicken kann.)) (4)

1208 Hm das geht nicht. ((Zieht das Quadrat an eine andere Stelle.)) (5) Ne, so auch  
1209 nicht. Dann mach ichs einfach so wie davor. Das ist glaub das einzige. ((Er-  
1210 gänzt Netz so wie am Anfang.)) Andere kenne ich nicht. ((Überprüft die Auf-  
1211 gabe.))

1212 **Netz 165**

1213 S4: ((Versucht Schieberegler zu benutzen. Dreht dabei das Netz.)) Hast du den  
1214 Schieberegler abgestellt?

1215 L: Du kannst den Schieberegler erst benutzen, wenn du das Quadrat angehef-  
1216 tet hast.

1217 S4: Achso, hab ich gewusst. Ich setz einfach mal irgendwo an. ((Zieht das

1218 Quadrat an eine Stelle, sodass es an zwei Seiten an das Netz anschließt. Die  
1219 Seiten färben sich rot.)) Warum geht das nicht? ((Heftet das Quadrat an einer  
1220 anderen Stelle an. Schiebt Netz mit dem Schieberegler schnell zusammen.  
1221 Dreht Objekt etwas. Schiebt es mit dem Schieberegler wieder auf. Faltet es  
1222 langsam mit dem Schieberegler zusammen, sodass er die sich überlappenden  
1223 Seiten sehen kann.)) Oh nein. Nein. ((Faltet das Objekt mit dem Schieberegler  
1224 ganz auseinander. Dreht das Netz.)) Dann da hin. ((Zieht Quadrat an eine  
1225 Stelle. Schiebt das Netz mit dem Schieberegler schnell zusammen und dreht  
1226 es.)) Omg, es hat geklappt. ((Schiebt das Netz wieder auf. Dreht es, sodass er  
1227 das Netz komplett sehen kann. Schiebt es langsam mit dem Schieberegler zu-  
1228 sammen.)) Ne, doch nicht. ((Schiebt das Objekt mit dem Schieberegler wieder  
1229 auseinander.)) So vielleicht. (Zieht Quadrat an andere Stelle des Netzes.  
1230 Schiebt es mit dem Schieberegler zusammen. Dreht das entstandene Objekt.  
1231 Schiebt das Objekt mit dem Schieberegler auseinander.)) (3) Da hats keine  
1232 Möglichkeit. ((Zieht Quadrat an eine andere Stelle des Netzes. Dreht es nach  
1233 vorne, um es besser sehen zu können. Schiebt es langsam mit dem Schie-  
1234 beregler zusammen.)) Ja. ((Überprüft die Aufgabe.))

1235 **Netz 166**

1236 S4: ((Schiebt das Quadrat gezielt an eine bestimmte Stelle des Netzes. Über-  
1237 prüft die Aufgabe.))

1238 **Teilumgebung 1**

1239 **Netz 167**

1240 S4: ((Schiebt Netz mit dem Schieberegler auseinander. Löst die Aufgabe und  
1241 überprüft sie. Schiebt mit dem Schieberegler das Netz ganz auseinander.))

1242 **Netz 168**

1243 S4: ((Rotiert das Würfelnetz ein paar Mal. Löst die Aufgabe und überprüft sie.))

1244 **Netz 169**

1245 S4: ((Dreht das Netz leicht. Schiebt das Netz mit dem Schieberegler langsam  
1246 und bedacht zusammen.)) Geht nicht. ((Löst die Aufgabe und überprüft sie.  
1247 Dreht das entstandene Objekt.)) Da ist ein Loch und da stehen zwei aufeinander.  
1248 ((Schiebt das Objekt mit dem Schieberegler komplett auf. Dreht es etwas.))

1249 **Netz 160**

1250 S4: ((Dreht das Würfelnetz ein paar Mal. Löst die Aufgabe mit „ja“ und überprüft  
1251 sie.))

1252 **Netz 161**

1253 S4: ((Dreht das Netz etwas, sodass er alle Flächen gut sehen kann. Löst die  
1254 Aufgabe mit „nein“ und überprüft sie.))

## 8.3 Plagiatsprüfung mit Turnitin

# Plagiatsprüfung mit Turnitin

Die unten genannte wissenschaftliche Arbeit wurde im Rahmen einer Schreibberatung in der Schreibwerkstatt eingereicht und einer Plagiatsprüfung unterzogen.

**Titel der wissenschaftlichen Arbeit:**

Einsatz der App " Klipp Klapp" mit Drittklässlern -

Eine qualitative Studie zum Nutzungsverhalten

**Schreiber\*in der wissenschaftlichen Arbeit:**

Elena Reiser

**Zuständige Lehrperson:**

Prof. Dr. Silke Ladel

**Geprüft von:**

Lisa Gilger, Übermittlungs ID: 2057435336

**Geprüft am: 06.04.2023**



\_\_\_\_\_  
Unterschrift Schreibberater\*in

Hiermit bestätigt der/die Verfasser\*in der Arbeit, dieses Schreiben an die betreuende Lehrperson, mit der Abgabe der Arbeit, zu übermitteln.



\_\_\_\_\_  
Unterschrift Verfasser\*in der Arbeit

Hinweis für Lehrende: Bei Rückfragen zur Vorgehensweise, kontaktieren Sie bitte Lisa Gilger, die Leiterin der Schreibwerkstatt (lisa.gilger@ph-gmuend.de).

## 9 Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, Elena Reiser, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel: „Einsatz der App ‚Klipp Klapp‘ mit Drittklässlern – Eine qualitative Studie zum Nutzungsverhalten“ selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß übernommenen Textstellen als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen. Ebenfalls erkläre ich, dass ich noch keine Bachelor- oder Masterthesis in der gleichen oder einer vergleichbaren Studienrichtung endgültig nicht bestanden habe oder mich in einem laufenden Prüfungsverfahren befinde.

Die Versicherung gilt auch für beigefügte Zeichnungen, Skizzen oder graphische Darstellungen.

Durch meine Unterschrift bestätige ich, dass die Datenschutzverordnung (EU-DSGVO) vom 27.04.2016 – insbesondere bei personenbezogenen Daten – in der vorliegenden Arbeit eingehalten wurde.



---

Schwäbisch Gmünd, den 11.04.2023