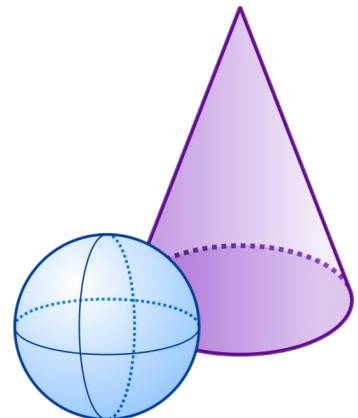
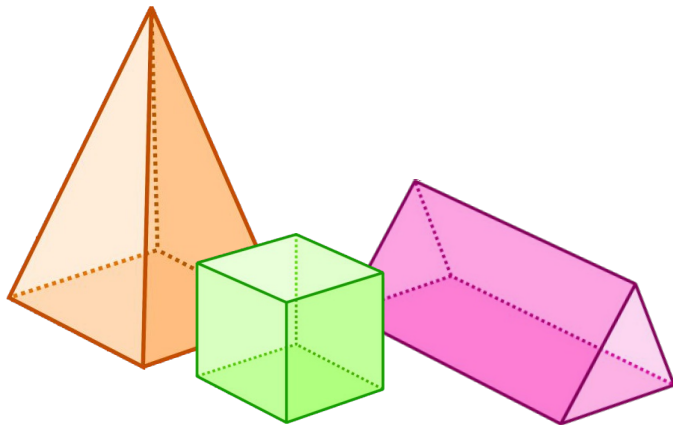


Erfassung und Analyse der verfügbaren Augmented-Reality-Apps für den Geometrieunterricht der Grundschule

Bachelorarbeit
von
Anna-Lena Bach

PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE SCHWÄBISCH GMÜND
Wintersemester 2021/2022
Abgabetermin: 03.02.2022



Inhalt

Einleitung.....	1
1. Theoretischer Hintergrund	3
1.1. Fachmathematischer und -didaktischer Hintergrund	3
1.1.1. Das räumliche Vorstellungsvermögen und seine Teilkomponenten.....	3
1.1.2. Die Relevanz vom handelnden Umgang mit physischem Material	5
1.1.3. Kopfgeometrie	6
1.1.4. Potenziale digitaler Medien für den Mathematikunterricht.....	6
1.1.5. Verankerung in den Bildungsstandards und im Bildungsplan Baden-Württemberg	7
1.2. Technischer Hintergrund: AR-Anwendungen und ihr Einsatz in der Schule	8
1.2.1. Die Funktionsweise von AR-Anwendungen.....	8
1.2.2. Betrachtung von Vor- und Nachteilen von AR anhand bisheriger Studien	9
1.2.3. Fazit zur Forschungslage.....	13
1.3. Aufbau der App-Analysen nach dem ACAT-Review-Guide.....	14
2. Vorgehen bei der Auswahl bestimmter AR-Anwendungen zur Analyse	17
2.1. Entscheidung für eine bestimmte Form von AR.....	17
2.2. Entscheidung für bestimmte Betriebssysteme	18
2.3. Vorgehen bei der App-Recherche	18
3. Analyse der AR-Apps nach dem ACAT-Review-Guide	19
3.1. Analyse der App 3D Shapes AR.....	22
3.2. Analyse der App Arloon Geometry.....	25
3.3. Analyse der Apps CleverBooks Geometry/ARETEGeometry/ARC Geometry.....	32
3.4. Analyse der App Augmented Polyhedrons.....	39
3.5. Analyse der App Augmented Reality App.....	41
3.6. Analyse der App Geo-AR.....	42
3.7. Analyse der App GeoGebra AR.....	47
3.8. Analyse der App Geometria RA (Pro)	52
3.9. Analyse der App Geometry AR	55
3.10. Analyse der App Geometry AR	56
3.11. Analyse der App Geometry Portal.....	61
3.12. Analyse der App Platonic AR	64
3.13. Analyse der App Shapes – 3D Geometrie Lernen.....	66
3.14. Analyse der App Shapes 3D – Geometry Drawing.....	74
3.15. Analyse der App Shapes 3D – Create Geometry AR.....	77
3.16. Analyse der App ShAPPes 3D shapes in AR	80

4.	Fazit zu den Chancen, Problemen und unterrichtlichen Einsatzmöglichkeiten von AR-Apps	87
4.1.	Förderung der Raumvorstellung	87
4.2.	Mehrwert von AR-Apps im Gegensatz zu traditionellen Medien und VR-Apps.....	87
4.3.	Konzeptionen der AR-Apps.....	89
4.4.	Die Rolle der Lehrkraft und konkrete Vorschläge zum Einsatz im Klassenraum.....	90
4.5.	Verbesserungsvorschläge und Ausblick	93
4.6.	Schlusswort.....	94
	Quellenverzeichnis	95
	Literaturverzeichnis	95
	Verzeichnis der untersuchten Apps.....	97

Einleitung

Auch wenn es den wenigsten Menschen bewusst ist, brauchen wir alle unser räumliches Vorstellungsvermögen, um unseren Alltag zu bewältigen und uns in unserer Umwelt zu orientieren – sei es beim Sport, im Straßenverkehr, auf Landkarten oder beim Umzug und beim Einrichten einer neuen Wohnung. Darüber hinaus gilt die Raumvorstellung in der Wissenschaft als wichtige Komponente der Intelligenz (vgl. Krauthausen & Scherer 2007, S. 59). Sie wirkt sich auf die Organisations- und Problemlösefähigkeit eines Menschen aus und ist eng mit arithmetischen Kompetenzen verbunden (vgl. Grassmann et al. 2010, S. 99). Da sich das räumliche Vorstellungsvermögen im Grundschulalter besonders stark entwickelt (vgl. Krauthausen & Scherer 2007, S. 59), muss der dortige Geometrieunterricht ein tragfähiges Fundament des geometrischen Verständnisses legen und eine gute Förderung der Raumvorstellungskompetenzen leisten.

Zur Unterstützung und Bereicherung dieses Geometrieunterrichts wurden mittlerweile zahlreiche Apps entwickelt. In der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, inwieweit die verfügbaren Augmented-Reality-Apps die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens bei Grundschülerinnen und -schülern fördern bzw. welche Verbesserungen notwendig wären, um dies tatsächlich realisieren zu können. Zudem bietet die Arbeit eine ausführliche Analyse der verfügbaren Apps sowie Vorschläge für den konkreten Einsatz im Geometrieunterricht.

Um eine Basis für die Analysen der Apps zu schaffen, werden in Kapitel 1 zunächst die theoretischen Grundlagen der vorliegenden Arbeit in drei Teilen erläutert: Der fachmathematische und fachdidaktische Hintergrund wird in Kapitel 1.1. erläutert, indem der Begriff der Raumvorstellung erklärt, auf die Bedeutung von kopfgeometrischen Aufgaben und dem handelnden Umgang mit konkreten Materialien eingegangen und ein Bezug zu den Bildungsstandards hergestellt wird. Der technische Hintergrund wird in Kapitel 1.2. dargelegt, indem anhand von Studien die Vor- und Nachteile der Integration von Augmented Reality in den Unterricht beleuchtet werden. In Kapitel 1.3. wird der ACAT-Review-Guide von Etzold, Kortenkamp und Ladel vorgestellt, da dieser als Leitfaden für die Analysen der Augmented-Reality-Apps¹ diene.

In Kapitel 2 wird kurz das Vorgehen bei der Suche nach AR-Apps für den Geometrieunterricht beschrieben.

Kapitel 3 stellt den Hauptteil der vorliegenden Arbeit dar: die ausführlichen Analysen der AR-Apps. Diese sind sowohl für die Weiterentwicklung und Verbesserung der Apps und die Konzeption zukünftiger Apps interessant als auch für den Entscheidungsprozess von Mathematiklehrkräften an

¹ Im Folgenden mit der Bezeichnung AR-Apps abgekürzt.

Grundschulen, ob, wie und welche Apps sich für die Einbindung in den Geometrieunterricht in einer konkreten Klasse eignen.

In Kapitel 4 wird ein ausführliches Fazit aus den zuvor dargelegten Studien und App-Analysen gezogen, indem die Konzeption der bisher entwickelten AR-Apps sowie ihr tatsächlicher Nutzen für die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens kritisch hinterfragt wird. Zudem werden die konkreten Einsatzmöglichkeiten von Apps im Geometrieunterricht zusammengefasst, sowie Verbesserungsvorschläge gemacht und ein Ausblick in die Zukunft gewagt.

Vorbemerkungen

Viele der analysierten Apps sind in englischer Sprache oder wurden nur unzureichend in die deutsche Sprache übersetzt. Dies wird bei der Analyse nicht berücksichtigt; vor einer konkreten Verwendung im Unterricht müsste eine gute Übersetzung aber selbstverständlich sichergestellt werden.

Englische Originalbezeichnungen von Fachbegriffen aus Literatur und Forschung sind kursiv und in Klammern hinter den deutschen Bezeichnungen angegeben oder werden im Original im Fließtext verwendet, wenn eine deutsche Übersetzung nicht präzise möglich ist.

Werden Stichworte aus Quellen zitiert, wird nicht hinter jedem Unterpunkt eine Quellenangabe gemacht, sondern der Verweis auf die entsprechende Quelle jeweils im Vorhinein gemacht.

Ein Abbildungsverzeichnis ist nicht aufgeführt, da es sich bei sämtlichen Abbildungen um selbstständig angefertigte Screenshots handelt.

Abkürzungsverzeichnis

AR	Augmented Reality
ACAT	Artefact-Centric Activity Theory (= artefaktbasierte Aktivitätstheorie)
SuS	Schülerinnen und Schüler
VR	Virtual Reality

1. Theoretischer Hintergrund

1.1. Fachmathematischer und -didaktischer Hintergrund

Im folgenden Kapitel werden das räumliche Vorstellungsvermögen und seine Teilkomponenten beschrieben. Außerdem werden didaktische Konzepte zum Umgang mit der Raumvorstellung – beispielsweise durch den handelnden Umgang mit konkretem physischem Material oder die Bearbeitung kopfgeometrischer Aufgaben – vorgestellt. Dieses fachmathematische und mathematikdidaktische Wissen ist für eine wissenschaftlich fundierte Analyse der AR-Apps essenziell und muss für die konkreten Vorschläge zur Einbindung einer bestimmten App in den Geometrieunterricht hinzugezogen werden.

1.1.1. Das räumliche Vorstellungsvermögen und seine Teilkomponenten

Das räumliche Vorstellungsvermögen spielt im Leben eines jeden Menschen eine bedeutende Rolle zur Alltagsbewältigung und zur Orientierung in der Umwelt, auch wenn dies den meisten nicht bewusst ist (vgl. Franke & Reinhold 2016, S. 80). Weigand et al. 2014 fassen den Begriff Raumvorstellung (basierend auf einer älteren Definition von Maier) folgendermaßen zusammen: „Sie bezeichnet die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Dies umfasst auch die aktive Umordnung von im Gedächtnis gespeicherten Vorstellungsbildern und die Fähigkeit, in der Vorstellung aus vorhandenen Bildern neue zu entwickeln“ (Weigand et al. 2014, S. 147).

Der Geometrieunterricht in der Grundschule und insbesondere die Entwicklung der Raumvorstellung sind hervorragend geeignet, um die in den Bildungsstandards erwähnten allgemeinen inhaltlichen/prozessbezogenen Kompetenzbereiche zu fördern (vgl. ebd., S. 81 f.) (siehe auch Kapitel 1.1.5.). Zudem schult die (Weiter-)Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens das logische Denken und das Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge, was auch für algebraische Problemstellungen hilfreich ist (vgl. ebd., S. 80). Außerdem hängt die Fähigkeit zur Raumvorstellung eng mit Kompetenzen aus anderen Fachbereichen wie der Erschließung der Lebenswelt und dem Schriftspracherwerb zusammen (vgl. Franke & Reinhold 2016, S. 80). Diese Aspekte lassen gut erkennen, weshalb eine Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule einen besonderen Stellenwert einnehmen sollte.

Im Folgenden werden die verschiedenen Komponenten der Raumvorstellung vorgestellt. Wie in allen Fachbereichen werden auch bei der Beschäftigung mit geometrischen Sachverhalten und Aufgaben bei den Schülerinnen und Schülern sehr individuelle kognitive Prozesse ausgelöst. Man kann das räumliche Vorstellungsvermögen daher nur in der Theorie exakt in Teilbereiche

unterteilen. Diese theoretische Einteilung ermöglicht jedoch erst eine differenzierte Diagnostik der praktischen Schülerleistungen (vgl. Franke/Reinhold 2016, S. 83 f.). Analog dazu kann die Betrachtung der Teilbereiche auch eine strukturierte und systematische Analyse der AR-Apps unterstützen. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die psychometrische Perspektive auf das räumliche Vorstellungsvermögen und damit auf die Raumvorstellungsfaktoren nach L. L. Thurstone. Diese werden im Folgenden kurz skizziert:

S1 – Räumliche Beziehungen (Spatial Relations)

Hier geht es um das „richtige Erfassen räumlicher Anordnungen von Objekten oder Teilen von ihnen und deren Beziehungen untereinander“ (Franke & Reinhold 2016, S. 65). Es handelt sich somit um Objekte statischer Art, die dynamischen Vorgängen von außen (z.B. Drehungen oder Spiegelungen) ausgesetzt sind; es findet eine „Transformation der gesamten, in sich starren Konfiguration“ (ebd.) statt.

S2 – Räumliche Veranschaulichung (Visualization)

Dieser Faktor beschreibt die „Vorstellungen räumlicher Veränderungen innerhalb von Objekten bzw. [...] Anordnungen von Objekten“ (Franke & Reinhold 2016, S. 67). Im Vergleich zu S1 handelt es sich damit um dynamische räumliche Begebenheiten. Der Betrachter muss eine gedankliche Veränderung räumlicher Zusammenhänge vornehmen (z.B. Zusammenfügen, Zerlegen, Faltungen, Verschiebungen, Drehungen) (vgl. ebd., S. 67 ff.).

S3 – Räumliche Orientierung (Spatial Orientation)

Hier geht es um die „räumliche Einordnung der eigenen Person in eine räumliche Situation“ (Franke & Reinhold 2016, S. 70). Der Betrachter muss sich mental oder real im Raum zurechtfinden und gedanklich andere Perspektiven einnehmen. Ähnlich wie bei S1 sind auch hier das Verständnis für räumliche Bezüge sowie die Fähigkeit zum Wiedererkennen von Objekten in anderen Ausrichtungen gefordert; im Gegensatz zu S1 bewegt sich jedoch bei diesem Faktor der Betrachter.

Besonders interessant in Bezug auf AR-Anwendungen ist der Unterschied zwischen S1 und S3, da die Lehrkraft durch ihre Aufgabenstellungen die Bedingungen für die Förderung einer der beiden Faktoren festlegt. Welche Komponenten in welcher der untersuchten AR-Apps besonders unterstützt werden und wie durch unterschiedliche Aufgabenstellungen der Fokus auf die Unterstützung der verschiedenen Raumvorstellungsfaktoren gelegt werden kann, wird ebenfalls in den Analysen der Apps betrachtet (siehe Kapitel 3).

1.1.2. Die Relevanz vom handelnden Umgang mit physischem Material

Bereits Piaget und Inhelder beschreiben die räumliche Vorstellung als „eine verinnerlichte Handlung“ (Piaget & Inhelder 1971, S. 527, zitiert nach Franke & Reinhold 2016); die eigentätige Durchführung von Handlungen ist daher die Basis für die Entwicklung räumlicher Vorstellungen (vgl. Franke & Reinhold 2016).

Franke und Reinhold erwähnen zudem, dass das erweiterte Begriffsverständnis von Raumvorstellung auch beinhaltet, *non-visuelle* Wahrnehmungserfahrungen in die inneren Repräsentationen zu integrieren, also „sich räumliche Situationen in ihren *taktil* erfahrbaren Dimensionen vorzustellen“ (Franke & Reinhold 2016, S. 86). Dies bedeutet, Tastvorstellungen zu erzeugen und zu erinnern, um sie dann gedanklich manipulieren zu können (vgl. ebd.). „Bewegungserfahrungen und körperliche Sinnesempfindungen stellen somit wesentliche Weichen für die Entwicklung von Raumvorstellung“ (ebd.).

Auch Senftleben weist darauf hin, dass Verinnerlichung und auch Versprachlichung von Handlungserfahrungen Grundlage für das Ausüben von Kopfgeometrie sind (vgl. Senftleben 1996, S. 52). Er benennt vier Faktoren, die das erfolgreiche Lösen kopfgeometrischer Aufgaben ermöglichen: Es müssen zunächst (1) Vorstellungen zu geometrischen Körpern durch materialgeleitetes, handlungsorientiertes Lernen erworben werden, ebenso muss das (2) „phantasievolle, kreative Vorstellungsvermögen“ entwickelt werden sowie ein (3) „Grundwissen über geometrische Begriffe und Zusammenhänge“ gesichert und (4) die sprachliche Ausdrucksfähigkeit gefördert werden (vgl. ebd.).

Ladel betont, dass sich die Potenziale digitaler Medien nur entfalten können, wenn physisches und virtuelles Material sinnvoll miteinander kombiniert werden: Es wird vom zunächst physischen Umgang mit Objekten zum Virtuellen übergegangen; der Mehrwert für den Mathematikunterricht ergibt sich durch eine sinnvolle Kombination beider Medien, die die Schülerinnen und Schüler² beim Erwerb mathematischer Konzepte unterstützt (vgl. Ladel 2018., S. 3 ff.).

In Bezug auf die Integration von AR in den Geometrieunterricht ergeben sich daraus folgende Konsequenzen: Der Lehrkraft muss stets bewusst sein, dass die Arbeit mit AR für die SuS nur dann sinnvoll ist, wenn diese bereits Handlungserfahrungen mit konkreten Materialien gesammelt haben und ein inhaltliches und begriffliches Grundverständnis für geometrische Körper gesichert ist. Die Autorin schlägt daher vor, AR frühestens ab der 3. Klasse in den Geometrieunterricht einzubeziehen und als Lehrkraft darauf zu achten, dass die von Senftleben genannten Faktoren bereits berücksichtigt wurden bzw. diese parallel zur Arbeit mit AR auszubauen.

² Im Folgenden mit der üblichen Bezeichnung „SuS“ abgekürzt.

1.1.3. Kopfgeometrie

Ist durch den Umgang mit physischem Material wie im vorangegangenen Teilkapitel erläutert eine Basis gelegt, können geometrische Aufgaben auch in der Vorstellung gelöst werden. Senftleben bezeichnet kopfgeometrische Aufgaben als „ein visuelles Operieren auf der Grundlage geometrischer Grundbegriffe“ (Senftleben 1996, S. 52). „Wesentliches Ziel der Kopfgeometrie ist [...] die Entwicklung des geometrischen Vorstellungs- und Denkvermögens, [...] häufig auch als Raumvorstellungsvermögen bezeichnet“ (ebd.).

Senftleben unterscheidet vier verschiedene Formate von kopfgeometrischen Aufgaben abhängig davon, ob und in welcher der drei Arbeitsphasen (I) Fragestellung, (II) mentale Bearbeitung/ Operation und (III) Ergebnisphase veranschaulichende Hilfsmittel verwendet werden:

- (1) *Reine Kopfgeometrie*: Es sind keinerlei Hilfsmittel bzw. Veranschaulichungen zulässig.
- (2) *Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase I (Fragestellung)*: Die Lehrkraft kann Veranschaulichungen verwenden, die eine rein sprachliche Aufgabenstellung unterstützen.
- (3) *Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase III (Ergebnisphase)*: Die SuS können Veranschaulichungen verwenden, die eine rein verbale Ergebnisformulierung unterstützen.
- (4) *Kopfgeometrie in Phase I und III*: Hier werden sowohl bei der Fragestellung als auch in der Ergebnisphase Veranschaulichungen verwendet.

(Die Operation an sich – Phase II – muss per Definition selbstverständlich rein mental stattfinden.)

In der vorliegenden Arbeit wird bei den Analysen auch darauf eingegangen, wie der Umgang mit AR-Anwendungen sowie gezielte Aufgabenstellungen seitens der Lehrkraft bei der Nutzung der Apps die kopfgeometrischen Fähigkeiten fördern kann (siehe Kapitel 3).

1.1.4. Potenziale digitaler Medien für den Mathematikunterricht

Ganz allgemein spricht für die Verwendung digitaler Medien, dass unsere Lebenswelt sich rasant entwickelt und von Digitalisierung geprägt ist. Daher ist die Beschäftigung mit digitalen Medien „nicht nur für aktuelle, sondern auch für künftige Bildungsprozesse von Heranwachsenden relevant“ (Irion et al. 2018, S. 40). Nimmt die Grundschule ihren Auftrag, SuS bei der Erschließung ihrer Lebenswelt zu unterstützen und auf künftige Bildungsprozesse vorzubereiten, ernst, sollten digitale Medien unbedingt in den Unterricht integriert werden.

Hinsichtlich des Mathematikunterrichts beschreibt Ladel, dass gerade im Bereich der Geometrie den SuS „ohne den Einsatz digitaler Medien [...] sehr schnell ein räumliches Vorstellungsvermögen abverlangt“ wird (Ladel 2018, S. 16) und begründet dies mit dem häufigen Mangel an Materialien und Zeit. Abhilfe kann hier virtuelles Material schaffen, dessen Vorteile sich in folgenden Punkten zusammenfassen lassen (vgl. ebd., S. 10 und 20):

- Leichte Veränderbarkeit (die Aufmerksamkeit kann schnell und zielgerichtet auf verschiedene Aspekte gelenkt werden)
- Flexibler Einsatz (Fokus auf die mathematischen Kompetenzen anstatt auf die organisatorischen bzw. feinmotorischen Problematiken)
- Dynamik und Interaktivität
- Sofortiges Feedback
- Verfügbarkeit (unbegrenztes Material)
- Verdeutlichung/Symbolisierung mathematischer Ideen und Prozesse (in die bewusste Wahrnehmung bringen)
- Ermutigung zu und Erleichterung von vollständigen und präzisen Erklärungen
- Unterstützung mentaler Tätigkeiten und Verknüpfung verschiedener Repräsentationsformen
- Aufnahme und Wiedergabe von Schülertätigkeiten

Digitale Medien weisen also zahlreiche Potenziale auf, die im digitalen Zeitalter genutzt werden sollten. Zentral ist, dass vom zunächst physischen Umgang mit Objekten zum Virtuellen übergegangen wird (siehe auch Kapitel 1.1.2.) und sich aus dieser sinnvollen Kombination ein Mehrwert für den Mathematikunterricht ergibt, sodass die SuS beim Erwerb mathematischer Konzepte unterstützt werden (vgl. ebd., S. 20 f.).

1.1.5. Verankerung in den Bildungsstandards und im Bildungsplan Baden-Württemberg

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik der Kultusministerkonferenz ist die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens insbesondere in den folgenden Punkten aus Kapitel 3.2 *Raum und Form* enthalten (vgl. KMK 2004, S. 10):

„Sich im Raum orientieren

- über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen
- räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten)
- zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)

Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

- Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen
- Körper und ebene Figuren in der Umwelt wiedererkennen,

- Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten...)
- Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen“.

Die im Bildungsplan von Baden-Württemberg beschriebenen prozessbezogenen Kompetenzen *Kommunizieren* und *Argumentieren*, *Modellieren* und *Darstellen* sowie *Problemlösen* können durch die (Weiter-)Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens mithilfe von AR-Anwendungen gut unterstützt und gefördert werden – hierzu sind gute Aufgabenstellungen und Arbeitsweisen seitens der Lehrkraft notwendig.

Zudem trägt die Beschäftigung mit AR-Anwendungen zur Leitperspektive *Medienbildung* bei, indem die digitalen Medien als „Hilfsmittel beim Problemlösen zum Beispiel bei der Visualisierung von mathematischen Inhalten“ (ebd., S. 4) fungieren und die SuS deren Vorzüge kennenlernen.

Als Denkanstoß liefert der Bildungsplan unter dem Kapitel *Raum und Form* die Fragen „Welche Medien unterstützen den Aufbau der räumlichen Vorstellung bei den Kindern?“ (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg 2016, S. 29) und „Mit welchen Medien kann die Wahrnehmung der Kinder für geometrische Strukturen gefördert werden?“ (ebd., S. 30). Diesen Fragen wird in den App-Analysen ebenfalls nachgegangen (siehe Kapitel 3 und 4).

1.2. Technischer Hintergrund: AR-Anwendungen und ihr Einsatz in der Schule

1.2.1. Die Funktionsweise von AR-Anwendungen

Unter AR-Anwendungen versteht man „eine Anreicherung der realen Welt mit virtuellen Objekten, z.B. Bildern, Texten oder animierten Modellen“ (Herzig & Martin 2018, S. 91). Dies geschieht durch eine Interaktion des digitalen Endgerätes mit der Umwelt (beispielsweise durch Marker, Sensoren oder GPS-Empfänger), welches dann standortbezogene Informationen oder Objekte in die reale Umwelt einblendet (vgl. ebd.). Dabei bezieht sich der Begriff nicht auf eine bestimmte Technologie bzw. bestimmte Endgeräte, sondern zeichnet sich durch folgende drei Aspekte aus: Sie kombiniert Reales mit Virtuellem, ist interaktiv in Echtzeit und fügt die virtuellen Elemente dreidimensional und perspektivisch korrekt in die Umwelt ein (vgl. Azuma 1997). Im erweiterten Sinne beschränkt sich AR nicht nur auf visuelle Darbietungen, sondern bezieht auch die übrigen Sinnesmodalitäten ein und spricht beispielsweise den auditiven oder sensumotorischen Sinn an (vgl. Bhosale, Patil & Karjulkar 2021, S. 58). Ein großes Potenzial von AR ist, dass der Benutzer eindruckliche Erfahrungen machen kann, statt nur Informationen dargeboten zu bekommen, wodurch die Aufmerksamkeit von SuS gezielt auf die relevanten Aspekte eines Lerngegenstandes gelenkt werden kann (vgl. ebd.). Mit welcher Technik Augmented Reality erzeugt werden kann und auf welche Technik sich die Analyse der Apps in der vorliegenden Arbeit bezieht, wird in Kapitel 2 näher beschrieben.

1.2.2. Betrachtung von Vor- und Nachteilen von AR anhand bisheriger Studien

Obwohl die technischen Möglichkeiten für die Verwendung von AR durch den ausgebauten Zugang zum Internet und die Verfügbarkeit von Smartphones und Tablets mittlerweile an den meisten Schulen bestehen, werden AR-Anwendungen bisher nur sparsam eingesetzt. Demnach gibt es bisher auch kaum Studien, die den tatsächlichen Lerneffekt von AR speziell im mathematischen Kontext betrachten (vgl. Cahyono et al. 2018, S. 302). Daher werden in diesem Teilkapitel zunächst die allgemeinen Befunde zu den Vor- und Nachteilen von AR-Anwendungen anhand einer Meta-Studie von Radu (2014) sowie einer Studie von Khan et al. (2021) betrachtet. Anschließend werden eine Meta-Studie von Godoy (2020) und Studien von Lin, Cheng und Chang (2013) sowie von Liu et al. (2018) und Rossano et al. (2020) herangezogen, um die mathematikspezifischen Potenziale von AR-Anwendungen herauszuarbeiten. Kritische Gedanken der Autorin der vorliegenden Arbeit bezüglich der aufgeführten Studiendesigns und -ergebnisse sind direkt im Anschluss an die jeweiligen Studienbeschreibungen wiedergegeben, um den Überblick zu erleichtern. Abschließend wird ein Fazit zur derzeitigen Forschungslage gezogen.

1.2.2.1. Allgemeine Befunde zum Einsatz von AR-Anwendungen in der Schule

Radu sammelt und vergleicht in seinem Artikel *Augmented reality in education: a meta-review and cross-media analysis* die Ergebnisse zahlreicher empirischer Studien zum Einsatz von AR im Schulunterricht. In diesen Studien wurden verschiedene Vor- und Nachteile von AR im Vergleich zu anderen Unterrichts- und Lernmedien nachgewiesen, die Radu systematisch erfasst.

Zahlreiche Studien konnten nachweisen, dass bestimmte Themen durch AR-Einsatz besser gelehrt werden konnten als durch Medien ohne AR-Technik wie Bücher, Videos oder traditionelle Computerarbeit. Zu diesen Themen gehören insbesondere (1) räumliche Strukturen (*learning spatial structure and function*) und (2) sprachliche Assoziationen (*learning language associations*), wobei unter (1) nicht ausschließlich der Geometrieunterricht fällt, sondern auch das Erforschen chemischer Strukturen oder des Aufbaus technischer Geräte bzw. biologischer Körper (vgl. Radu 2014., S. 1535).

Radu hält folgende **Vorteile** von AR fest:

- a) Bessere Speicherung im Langzeitgedächtnis (*long-term memory retention*)

Wie Studien von Cincenzi et al. und Calimont et al. zeigen, erinnern sich SuS an Inhalte, die mithilfe von AR erarbeitet wurden, nach einer Woche signifikant besser als an traditionell erarbeiteten Lernstoff: Während die Teilnehmer des traditionellen Unterrichts einen signifikanten Anteil des neu erworbenen Wissens nach einer Woche verloren hatten, wies der Wissensstand der Experimentalgruppe nach einer Woche keine signifikanten Unterschiede zu ihrem Wissensstand

direkt nach der Erarbeitung auf. Die Speicherung im Langzeitgedächtnis scheint durch die AR unterstützt zu werden, obwohl die Speicherung im Kurzzeitgedächtnis sich nicht zwischen AR und anderen Medien unterschied (vgl. ebd.).

b) Erhöhte Kompetenz bei physischen Tätigkeiten (*improved physical task performance*)

Studien von Henderson und Feiner sowie Pathomaree und Charoenseang konnten nachweisen, dass sich die Erarbeitung von Lerngegenständen mit AR signifikant auf die tatsächliche Handlungsfähigkeit mit den zuvor virtuell erforschten Objekten auswirkt: Diese SuS konnten sich schneller und besser in der neuen Umgebung orientieren, machten weniger Fehler und wiesen eine niedrigere Auslastung des Arbeitsgedächtnisses auf (*cognitive load*) (vgl. ebd., S. 1536).

c) Verbesserte Zusammenarbeit (*improved collaboration*)

Wird bei Gruppenarbeiten AR eingesetzt, sind die SuS bestrebt, sehr effektiv zusammenzuarbeiten und ihre Meinungen zu teilen. Radu betont jedoch, dass die „virtuelle“ Zusammenarbeit langsamer und weniger zielführend war als ein „face-to-face“-Austausch.

d) erhöhte Lernmotivation (*increased student motivation*)

Der Einsatz von AR führt zu hoher Lernmotivation, einem hohen Selbstwirksamkeitsgefühl und Zufriedenheit sowie mehr Lernfreude. Die Motivation und die hohe Bereitschaft, mit AR zu lernen, blieben auch dann bestehen, wenn der Umgang mit AR als herausfordernder wahrgenommen wurde als das Lernen mit anderen Medien. Auch Kreativität und Entdeckerfreude wurden gestärkt.

In Bezug auf die Vorteile ist hier jedoch anzumerken, dass die genannten Ergebnisse (a), (c) und (d) mit Vorsicht betrachtet werden müssen: Die SuS erinnerten sich möglicherweise nur deshalb besser an die Lerninhalte, da die ihnen unvertraute Einbindung von AR in den Unterricht sich von ihren bisherigen Erfahrungen unterschied und aus diesem Grund besser im Gedächtnis blieben. Ebenso könnte die Motivation durch den Reiz des Neuen nur kurzfristig so hoch sein. Ein Teil der beobachteten Vorteile von AR könnte sich dementsprechend bei steigender Verwendung „abnutzen“.

Folgende **Nachteile** von AR konnte Radu in verschiedenen Studien finden:

e) Verengte Aufmerksamkeit (*attention tunneling*)

AR erfordert höhere Konzentration und die SuS neigen eher dazu, ihre Fehler zu ignorieren. Da sie sich darüber hinaus oftmals so stark auf die virtuell eingeblendeten Objekte bzw. den Kameraausschnitt fokussieren, besteht die Gefahr, dass gerade jüngere SuS die Orientierung verlieren und sich verletzen (vgl. ebd., S. 1536 f.).

f) Schwierigkeiten bei der Anwendung (*usability difficulties*)

In mehreren Studien wurde gezeigt, dass SuS den Umgang mit AR als herausfordernder empfanden als mit traditionellen Medien. Dennoch war ihre Motivation und Lernbereitschaft häufig höher als bei den Kontrollgruppen ohne AR.

g) Probleme bei der Integration in den Unterrichtsablauf (*ineffective classroom integration*)

SuS verlieren sich möglicherweise in ziellosem Spielen, statt sich mit dem eigentlichen Lerngegenstand auseinanderzusetzen. Auch scheint ein lehrerzentrierter Unterricht durch die Verwendung von AR begünstigt zu werden (vgl. ebd.).

h) Fehlende Differenzierung (*learner differences*)

Die Arbeit mit AR ist nicht für alle SuS geeignet: Während schwache und durchschnittlich begabte SuS von AR-Einsatz profitierten, war für begabte SuS der traditionelle Unterricht effektiver; vermutlich da diese durch die Apps keine neuen Informationen vermittelt bekamen (vgl. ebd.).

Auch hier ist kritisch anzumerken, dass die erfolgreiche Integration von AR-Anwendungen wie in jedem anderen Lernsetting auch stark von der Lehrkraft abhängig ist: Durch eine gute Einführung einer bestimmten App sowie gute Aufgabenstellungen können die erwähnten Nachteile e) bis h) bis zu einem gewissen Grad ausgeglichen werden.

Auch Khan, Muhammad, Khan, Lee, Imran, und Sajjad (2012) beschäftigten sich in ihrer Untersuchung mit 150 pakistanischen SuS mit dem Einsatz von AR-Anwendungen in verschiedenen Fachbereichen im Grundschulunterricht (vgl. Khan et al. 2021, S. 12 f.). Sie hielten abschließend fest, dass die SuS (1) eine hohe Motivation, (2) eine positive Einstellung und (3) ein positives Verhalten gegenüber den AR-Methoden zeigten (vgl., S. 18). Es wird betont, dass die SuS sich zur Arbeit mit AR „hingezogen fühlten“ und sie als „aufregend“ und interessant beschrieben, dass sie keine Langeweile zeigten und ihr Selbstvertrauen und ihre Zufriedenheit stieg (vgl. ebd.). Auf die fachliche Qualifikation wird nur in einem kleinen Teil der Arbeit eingegangen und festgestellt, dass das Lernverhalten und die Lernergebnisse (*learning performance* und *learning achievements*) der SuS mit integrierten AR-Anwendungen besser waren als die der Kontrollgruppen (vgl. ebd., S. 18 f.).

1.2.2.2. Befunde zum Einsatz von AR-Anwendungen speziell im Mathematik- und Geometrieunterricht

Godoy (2020) beleuchtet in seinem Artikel *Augmented Reality for Education: A Review* wie AR in verschiedenen Lernumgebungen genutzt wird und sammelt dazu die Ergebnisse aus unterschiedlichen Fachbereichen (vgl. Godoy 2020, S. 37 f.). Er betont, dass insbesondere der

Unterricht in den STEM-/MINT-Fächern³ ein Bezug zur Lebenswelt der SuS hergestellt werden sollte, um deren Interesse zu wecken. Da dies noch kaum in den Schulen geschieht, bietet AR hier eine große Chance (vgl. ebd., S. 42). Bezogen auf den Geometrieunterricht zitiert Godoy eine Studie von Liu et al. (siehe unten), in der die Einbindung von AR in den Unterricht einen großen Entwicklungssprung bei der Beschäftigung mit geometrischen Körpern bewirkte (*a big leap in learning solid geometry*) (vgl. ebd., S. 42).

Abschließend schreibt Godoy, dass AR den SuS durch Visualisierung von mathematischen Inhalten und Interaktion mit den Gegenständen einen erleichterten Zugang zu mathematischen Leitideen ermöglicht und daher das mathematische Lehren und Lernen verbessern kann (vgl. ebd., S. 43).

Lin, Chen und Chang (2013) untersuchten in einer Studie mit 76 taiwanischen SuS, wie sich der Einsatz von AR im Vergleich zu traditionellen Medien auf deren geometrische Fähigkeiten auswirkt und unterschieden dabei insbesondere zwischen starken und schwachen SuS (vgl. Lin, Chen & Chang 2013, S. 1 f.). Dazu wurden die Probanden im Anschluss an einen Pretest nach ihren mathematischen Fähigkeiten in drei Gruppen eingeteilt: *high performing students*, *average performing students* und *low performing students*. Diese drei Gruppen wurden wiederum jeweils in eine Experimentalgruppe und eine Kontrollgruppe aufgeteilt, wobei die Experimentalgruppe Geometrieunterricht unter Einbezug von AR erhielt und die Kontrollgruppe Unterricht mit traditionellen Medien. Danach wurden in einem Posttest die Lernfortschritte verglichen (vgl. ebd., S. 4).

Die Ergebnisse zeigten, dass die Verwendung von AR insbesondere bei SuS mit niedrigen mathematischen Fähigkeiten effektiv ist, während bei den starken SuS kein und bei den durchschnittlichen SuS nur ein schwacher Effekt erzielt wurde (vgl. ebd., S. 7). SuS aller Leistungsstufen standen der Verwendung von AR sehr positiv gegenüber; Selbstbewusstsein, Motivation und Interesse stiegen. Insbesondere der Zusammenhang zwischen den einzelnen Flächen der geometrischen Körper war den SuS nach der Verwendung von AR deutlicher (vgl. ebd., S. 11).

Liu, Li, Cai und Li (2019) betrachteten in einer Studie mit 75 chinesischen SuS der 7. Klasse die Wirksamkeit von AR-Anwendungen speziell im Geometrieunterricht am Beispiel der extra für diese Studie entwickelten App *Three-View* (vgl. Liu et al. 2018, S. 551 ff.). Auch diese Studie arbeitete mit Pre- und Posttests und konnten übereinstimmend mit früheren Studien einen positiven Effekt auf die Lernleistung nachweisen: Die App wurde eingesetzt, um die Grundlagen von dreidimensionalen Projektionen und dreidimensionalem Zeichnen zu erlernen und es konnte ein statistisch signifikanter Unterschied zwischen den Ergebnissen des Pre- und Posttests nachgewiesen werden

³ Science, Technology, Engineering, Mathematics / Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik

(vgl. ebd., S. 554 f.). Allerdings sei hier erwähnt, dass es bei dieser Studie keine Kontrollgruppe gab, die den gleichen Inhalt ohne AR-Anwendung erarbeitete.

Im Gegensatz zu Lin, Chen und Chang (s.o.) konnten Liu, Li, Cai und Li keine Erfolgsunterschiede zwischen starken und schwachen SuS nachweisen (vgl. ebd., S. 556 f.). Sie bewerten AR-Anwendungen im Endeffekt als vielversprechendes Lernmedium mit großem Potenzial, das von den SuS gut angenommen wird und besonders in jüngeren Klassen den Geometrieunterricht stark unterstützen kann (vgl. ebd., S. 556 f.).

Rossano et al. (2020) untersuchten in ihrer Studie mit 96 SuS der 3. Klasse am Beispiel der App *Geo+* die Auswirkungen von AR-Anwendungen im Geometrieunterricht (vgl. Rossano et al. 2020, S. 107773 ff.). Die Studie konnte durch den Vergleich der Pre- und Posttests einen positiven Effekt auf die Lernergebnisse, die Zufriedenheit der SuS mit ihren Leistungen und ihr Lernverhalten nachweisen (vgl. ebd., S. 107777). Auch hier ist kritisch anzumerken, dass es keine Kontrollgruppe gab.

Den Lernerfolg der SuS führten Rossano et al. darauf zurück, dass diese die Technik „aufregend“ fanden, sich von der App „angezogen“ fühlten und Spaß bei der Arbeit hatten (vgl. ebd., S. 107778). Sie bezeichneten das von den SuS beschriebene Gefühl, in einer „magischen Welt“ zu sein als den erwartbaren „Wow-Faktor“ (vgl. ebd.).

1.2.3. Fazit zur Forschungslage

Zunächst ist festzustellen, dass die Datenlage zur Verwendung von AR-Anwendungen im Unterricht dürftig und unbefriedigend ist. Zum einen gibt es schlicht wenige und nur sehr kleine Studien zu diesem Thema, zum anderen sind diese wenigen Studien in ihrem Design fragwürdig bzw. fokussieren sich stark auf motivationsbezogene statt auf mathematikspezifische Effekte.

Liu et al. (siehe S. 12 f.) und Rossano et al. (siehe S. 13) beispielsweise teilten die SuS bei der Durchführung ihrer Studien nicht in Experimental- und Kontrollgruppen ein, sondern verglichen lediglich den Lernfortschritt der SuS zwischen den Pre- und den Posttests. Durch die Studie lässt sich also tatsächlich nur die triviale Erkenntnis gewinnen, dass die SuS nach der Beschäftigung mit dem Lerngegenstand bessere Ergebnisse erzielten als zuvor – darüber, wie sich AR-Anwendungen auf den Lernprozess und die Ergebnisse auswirken, sagen die Studien nichts aus.

Die Studien von Khan et al. (siehe S. 11) und Rossano et al. (siehe S. 13) zeigen den Trend, sich auf die motivationsbezogenen Aspekte zu fokussieren, besonders deutlich auf: Die Autoren führen den Lernerfolg der SuS beinahe ausschließlich auf motivationale Aspekte zurück. Diese zu berücksichtigen ist zwar insofern legitim, als dass laut der Selbstbestimmungstheorie der Motivation von Deci und Ryan (1991) zunächst die drei psychologischen angeborenen menschlichen

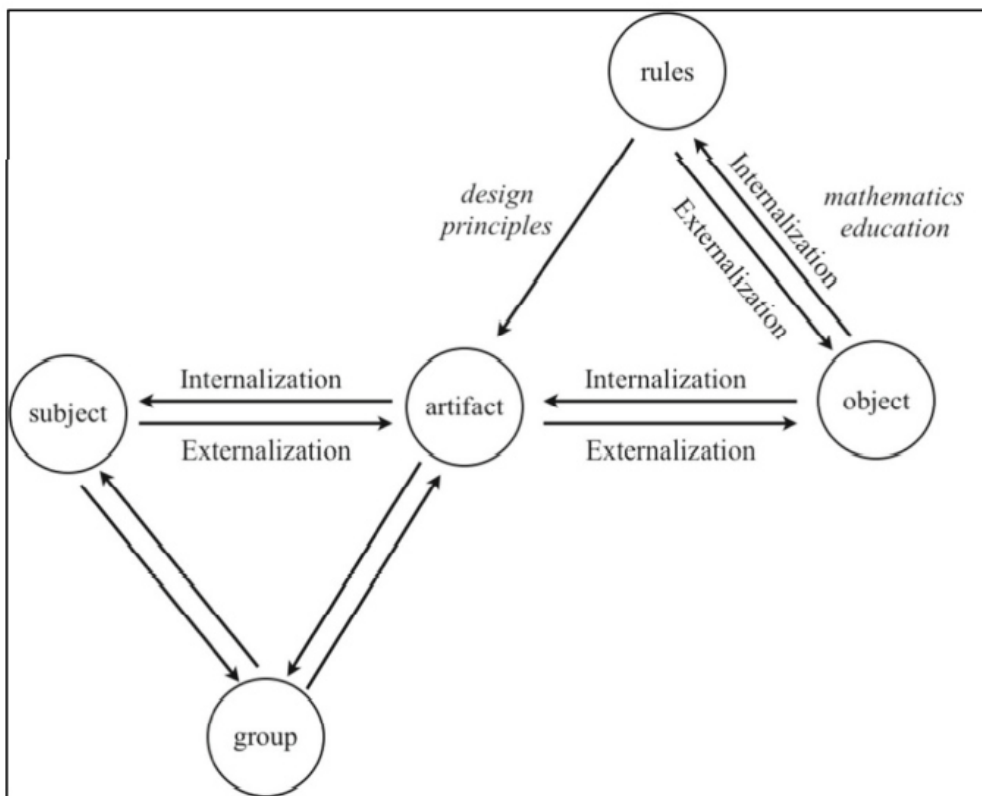
Grundbedürfnisse nach Kompetenz/Wirksamkeit, Autonomie/Selbstbestimmung und sozialer Eingebundenheit/Zugehörigkeit (*competence, autonomy* und *relatedness*) befriedigt sein müssen, um erfolgreich Anforderungen wie das Lernen bewältigen zu können (vgl. Rohlfs 2011, S. 97 f.). In den Studien zum Einsatz von AR wurden vor allem die beiden ersten Bedürfnisse stark fokussiert. Jedoch greift es zu kurz, sich bei der Beurteilung von AR-Anwendungen für den Grundschulunterricht ausschließlich auf die Untersuchung dieser Basisfaktoren zu beschränken – zum einen wird das fachliche Potenzial damit vernachlässigt oder gar ausgeklammert, zum anderen handelt es sich bei den positiven Ergebnissen bezüglich der Motivation möglicherweise nur um temporär auftretende Effekte, die sich auf den „Reiz des Neuen“ zurückführen lassen und sich bei langfristiger Verwendung von AR-Anwendungen abnutzen. In zukünftigen Studien sollten daher die fachmathematischen Ergebnisse stärker in den Fokus gerückt werden, indem konkret untersucht wird, inwieweit die AR-Anwendungen zum Erwerb der mathematischen Leitideen beitragen und die SuS bei der Festigung der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen unterstützen.

Aufgrund der genannten Defizite sind die in diesem Kapitel betrachteten Auswirkungen von AR-Anwendungen auf den Lernzuwachs der SuS nicht belastbar; wegen der dünnen Datenlage konnten jedoch keine besseren Studien gefunden werden. Dennoch konnten die möglichen Vor- und Nachteile von AR-Anwendungen aufgezeigt werden. In zukünftigen Studien sollten validere Forschungsdesigns gewählt werden, außerdem sollten die fachspezifischen und kognitiven Aspekte stärker berücksichtigt werden als die motivationsbezogenen Faktoren.

1.3. Aufbau der App-Analysen nach dem ACAT-Review-Guide

Alexei N. Leontjew, ein sowjetischer Psychologe und Schüler von Lew Wygotski, unterscheidet in seiner Aktivitätstheorie (*activity theory*) analytisch zwischen Tätigkeit, Handlung und Operation. Der ACAT-Review-Guide von H. Etzold, U. Kortenkamp und S. Ladel basiert auf dieser Theorie. Er wurde entwickelt, um der Mathematikdidaktik ein mögliches Vorgehen bzw. einen Leitfaden für die „theoriegebundene Beurteilung von Apps für den Einsatz im Mathematikunterricht“ (Etzold, Kortenkamp & Ladel 2018, S. 1) an die Hand zu geben. ACAT steht für *Artefact-Centric Activity Theory* und das ACAT-Modell von Ladel und Kortenkamp besagt, dass sich die Tätigkeit – also der Weg zu einem bestimmten Ergebnis – je nach Gebrauch bestimmter Werkzeuge verändert. Aus diesem Grund wird das vermittelnde Werkzeug bzw. Artefakt in den Mittelpunkt der Beobachtungen gestellt (vgl. Ladel & Kortenkamp 2014, S. 151 f.). Im Zuge der vorliegenden Arbeit sind dieses fokussierte Artefakt die AR-Anwendungen.

Die folgende Abbildung zeigt schematisch, wie die einzelnen Komponenten des Lernprozesses miteinander in Beziehung stehen bzw. sich wechselseitig beeinflussen:



Das ACAT-Modell (entnommen aus Larkin et al. 2019, S. 66)

Beim *Objekt* handelt es sich um den mathematischen Unterrichtsinhalt, beim *Subjekt* um die SuS. Das *vermittelnde Artefakt* ist, wie bereits erwähnt, in diesem Falle die jeweils untersuchte App. Hinter den *Regeln* verbirgt sich eine Beschreibung der Funktionsweise der App ausgehend vom mathematischen Objekt. Mit dem *Einfluss der Gruppe* ist schließlich die Klassensituation im Unterricht gemeint (vgl. Etzold, Kortenkamp & Ladel 2018, S. 1).

Die *ACAT* soll das Verständnis und die Strukturierung der komplexen Prozesse und der wechselseitigen Beeinflussung zwischen SuS und dem lehrenden Objekt unterstützen (vgl. Larkin et al. 2019, S. 59 ff.). Sie hilft sowohl Lehrkräften in ihren pädagogisch-didaktischen Überlegungen als auch Entwicklern und Programmierern in der Gestaltung einer sinnvollen App für das Mathematik-Lernen. Diesem Ziel wurde in der vorliegenden Arbeit Rechnung getragen, indem in Kapitel 4 ein ausführliches Fazit inklusive konkreter Einsatzmöglichkeiten für Lehrkräfte sowie Verbesserungsvorschläge der Apps für Entwickler gezogen wird.

Die fünf Fragen des ACAT-Review-Guides zur schrittweisen Analyse von Apps sind folgende (vgl. ebd., S. 68 ff.):

- (1) Was ist das mathematische Objekt der App?
- (2) Wie interagieren SuS mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?
- (3) Wie entwickelt sich die Interaktion (aufgeschlüsselt in Tätigkeiten, Handlungen und Operationen)?

- (4) Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?
- (5) Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Jeder dieser fünf Schritte rückt einen anderen der fünf oben beschriebenen Komponenten in den Mittelpunkt der Betrachtungen: zunächst das *Objekt*, dann das *Artefakt*, anschließend das *Subjekt*, dann die *Funktionsweise der App* und schlussendlich die *Klassensituation*. Natürlich werden diese in der Praxis nicht isoliert, sondern stets miteinander in Zusammenhang betrachtet. Scheint die App bereits nach Ausführung der ersten beiden Schritte ungeeignet, so kann die Analyse in einem dritten Schritt begründet abgebrochen werden (vgl. Etzold, Kortenkamp & Ladel 2018, S. 2).

Anhand des vorgestellten Review-Guides werden in Kapitel 3 die Apps analysiert.

2. Vorgehen bei der Auswahl bestimmter AR-Anwendungen zur Analyse

2.1. Entscheidung für eine bestimmte Form von AR

Augmented Reality kann auf verschiedene Weisen eingesetzt werden:

Tablet-/Smartphonebasierte Anwendungen

Diese ermöglichen es den Benutzern, virtuelle Elemente zu untersuchen, die in die von der Kamera erfasste reale Welt eingeblendet werden. Hierzu können die Benutzer sich im Raum bewegen und die virtuellen Elemente durch Handlungen am Touchscreen beeinflussen (vgl. Radu 2014, S. 1534).

Webcambasierte Anwendungen

Hier wird ebenfalls die reale Welt per Kamera erfasst und auf einem Bildschirm angezeigt. Zusätzlich werden die Bewegungen des Benutzers aufgenommen und in Befehle umgesetzt, die die eingeblendeten virtuellen Objekte beeinflussen. Dadurch interagiert der Nutzer nicht nur über den Touchscreen mit den Lerngegenständen, sondern durch dreidimensionale Handlungen mit dem eigenen Körper an genau dem Ort, an dem die Objekte eingeblendet werden (vgl. ebd.).

HMD(head-mounted-display)-Anwendungen

Bei dieser Anwendung trägt der Nutzer eine spezielle Brille, die über eine angeschlossene Videokamera und innere Bildschirme für die Augen verfügt. Auch hier werden sowohl die reale Umgebung als auch eingeblendete virtuelle Objekte und der Körper des Benutzers auf den Bildschirmen angezeigt, sodass dieser wie auch bei den webcambasierten Anwendungen mit seinem ganzen Körper die Lerngegenstände beeinflussen kann (vgl. ebd.).

Obwohl die physikalische Interaktion bei Anwendungen auf Smartphones und Tablets eingeschränkter ist als bei den anderen beschriebenen Möglichkeiten, bezieht sich diese Arbeit aus nachfolgend genannten Gründen ausschließlich auf Apps: Smartphones und Tablets sind die Geräte, auf denen AR am häufigsten Eingang in das Alltagsleben von Benutzern erhält (vgl. Bhosale, Patil & Karjulkar 2021, S. 59). Zudem ist davon auszugehen, dass die benötigten Endgeräte den SuS – im Vergleich zu AR-Brillen o.ä. – bereits bekannt sind und deren Einbindung in den regulären Schulunterricht daher weniger zeitaufwendig ist. Darüber hinaus sind diese Endgeräte flexibler einsetzbar und weniger kostspielig als andere; ggf. sind sie sogar schon an den Schulen verfügbar, was eine tatsächliche Verwendung im Unterricht deutlich wahrscheinlicher macht. Aus diesen Gründen entschloss sich die Autorin der vorliegenden Arbeit, ausschließlich AR-Apps für Smartphones und Tablets zu analysieren.

2.2. Entscheidung für bestimmte Betriebssysteme

In Deutschland werden vom Großteil der Bevölkerung die Betriebssysteme Android (Samsung) und iOS (Apple) verwendet – im Jahr 2021 lag der Marktanteil der Tablets mit Android bei ca. 60%, der Anteil der Tablets mit iOS bei ca. 40%, während der Anteil der Betriebssysteme Windows, Linux, BlackBerry und WebOS zusammen nicht einmal 1% ausmachte (vgl. Statista Research Departement 2022). Dies spiegelt auch die Situation an den Schulen wider, weshalb ausschließlich Apps untersucht wurden, die mit den beiden Betriebssystemen Android und iOS kompatibel sind.

2.3. Vorgehen bei der App-Recherche

Die in den untersuchten Studien verwendeten Apps waren leider nicht verfügbar und konnten daher nicht in die Analysen einbezogen werden.

Die analysierten Apps wurden von der Autorin stattdessen durch gezielte Suche im *App Store* (Apple) und im *Play Store* (Google) ausfindig gemacht. Als Schlagwörter wurden folgende Begriffe verwendet: *Augmented Reality*, *Geometrie/geometry*, *Körper/solids*, *Raumvorstellung/spatial ability*, *Mathematikunterricht* und *Geometrieunterricht*. Der Blick in die von den Stores vorgenommenen App-Vorschläge basierend auf den vorangegangenen Suchvorgängen und in die jeweils vorgeschlagenen „ähnlichen Apps“ führten zu weiteren Ergebnissen.

Eine Internetrecherche mit ähnlichen Suchbegriffen führte nur zu Empfehlungen der bereits zuvor von der Autorin im *App Store* und *Play Store* gefundenen Apps oder den Websites der entsprechenden Entwickler.

Letztendlich wurden 18 AR-Apps für eine ausführliche Analyse auf zwei Geräten mit dem jeweils passenden Betriebssystem installiert.

3. Analyse der AR-Apps nach dem ACAT-Review-Guide

Vorbemerkungen zu den verwendeten Begrifflichkeiten

Der Punkt *Beschreibung des Entwicklers* wurde jeder App-Analyse vorangestellt, da sich aus dieser Beschreibung oft schon auf die fachmathematische und didaktische Qualität der App schließen lässt: Teilweise wird explizit die Entwicklung der Raumvorstellung inklusive ihrer Komponenten erwähnt, teilweise wird nur auf die Motivation der SuS eingegangen. Die Beschreibungen wurden den Stores nicht wörtlich entnommen, sondern paraphrasiert.

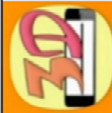
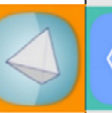
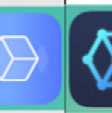
Der Punkt *Eignung für die Grundschule* beschreibt jeweils, ob sich die App für die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Grundschüler*innen eignet und ob sie überhaupt einen Mehrwert gegenüber physischem Material hat.

- (1) Ist ein solcher Mehrwert nicht gegeben, wird die App als *ungeeignet* kategorisiert – auch wenn sie zum Wecken von Motivation geeignet sein könnte und möglicherweise im Unterricht der weiterführenden Schulen gut einsetzbar ist.
- (2) Als *mäßig geeignet* sind Apps gekennzeichnet, die sich im Grundschulunterricht einsetzen lassen, aber einige Schwächen aufweisen bzw. nur für die leistungsstarken SuS sinnvoll sind.
- (3) Als *gut geeignet* sind Apps gekennzeichnet, die einen deutlichen Beitrag zur Entwicklung und Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch den Einsatz von AR leisten und für den Grundschulunterricht geeignet sind.

Als *Marker* werden ausgedruckte „Vorlagen“ bezeichnet, die von der App mithilfe der Kamera erkannt werden. Es kann sich hier um klassische QR-Codes oder um vom Entwickler erstellte Muster handeln. Die App platziert auf dem erkannten Marker den entsprechenden virtuellen Körper in AR.

Die Darstellung von dreidimensionalen Körpern wird analog zur Aufteilung in der Mathematikdidaktik (vgl. Franke & Reinhold 2016, S. 203 ff.) in drei Kategorien aufgeteilt: Mit *Kantenmodellen* sind Darstellungen gemeint, bei denen nur die Kanten sichtbar und ggf. die Ecken besonders hervorgehoben sind. Als *Flächenmodelle* werden Darstellungen bezeichnet, bei denen die Flächen transparent ausgefüllt sind und Kanten und Ecken sich optisch deutlich von den Flächen abheben. Mit *Vollmodellen* sind Darstellungen gemeint, die nicht-transparente Flächen haben und bei denen Ecken und Kanten optisch nicht besonders hervorgehoben sind.

Eine tabellarische Auflistung der analysierten Apps inklusive einiger Eckdaten findet sich auf den beiden folgenden Seiten. Sie ist den Analysen vorangestellt und bietet einen Überblick über die untersuchten Apps.

Icon	Name	Betriebs- system		Entwickler	Kosten	Zusätzliches Material	Darstellungsform	Manipulation der Körper- verhältnisse möglich?	Eignung für die Grundschule		
		IOS	Android						gut	mäßig	ungeeignet
	3D Shapes AR		x	Zakeya Maki Helal	---	Marker zum Ausdrucken	Flexibler Wechsel zwischen Voll-, Flächen- und Kantenmodellen	Nein			X
	Arloon Geometry		x	Arloon	2,99€	Ein ausgedruckter Marker, Website des Entwicklers	Vollmodelle	Nein		X	
	ARETEGeometry			CleverBooks Limited	Buch- kosten	Zugehöriges Buch, Erklärvideos, Handbuch	Flexibler Wechsel zwischen Voll-, Kanten- und Flächenmodellen	Nein		X	
	Geometry	X	X								
	ARC Geometry										
	Augmented polyhedrons		x	M. Chardine	---	Zehn Marker zum Ausdrucken	Vollmodelle	Nein			X
	Augmented Reality App	X		Ubicolor Ltd.	---	---	Vollmodelle	Nein			X
	Geo-AR	X		Spring Knowledge Global Joint Stock Company	---	YouTube-Tutorials	Kantenmodelle	ja			X
	GeoGebra AR	X		GeoGebra GmbH (International GeoGebra Institute)	---	Website des Entwicklers Youtube-Video	Vollmodelle	nein		X	

Icon	Name	Betriebssystem		Entwickler	Kosten	Zusätzliches Material	Darstellungsform	Manipulation der Körperverhältnisse möglich?	Eignung für die Grundschule		
		Android	iOS						gut	mäßig	ungeeignet
	Geometria RA (Pro)	x		AllMake	0,99€	Zehn Marker zum Ausdrucken	Vollmodelle und Flächenmodelle	Nein			X
	Geometry AR	x		Sayat Makhanbet und Aigul Abildaeva	Buchpreis	Zugehöriges Buch	Vollmodelle	Nein			X
	Geometry AR		X	Ventura Educational Systems	1,99€	---	Vollmodelle	Nein		X	
	Geometry Portal		X	Ventura Educational Systems	1,99€	---	Vollmodelle	Nein			X
	Platonic AR		X	Almas Tuyakbayev	---	---	Flächenmodelle				X
	Shapes	X		Learn Teach Explore Sp. Z o.o.	4,99€	Website des Entwicklers (Videos, etc.)	Flexibler Wechsel zwischen Voll-, Kanten- und Flächenmodellen	nein	X		
	Shapes Drawing				4,99€	Merge Cube Website des Entwicklers (Videos, etc.)	Flächenmodelle	nein			X
	Shapes Create				---	---	Flächenmodelle	ja			X
	shAPPes		X	Juan Carlos Munera Vicente	0,99€	---	Vollmodelle	nein		X	

3.1. Analyse der App 3D Shapes AR

Name und Publikationsjahr:	3D Shapes AR	2019
Entwickler der App:	Zakeya Maki Helal	
Voraussetzungen:	Android	
Kosten:	kostenlos	
Zusatzmaterial:	Elf ausgedruckte Marker	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App wurde für den Bildungsbereich entwickelt und zeigt elf verschiedene dreidimensionale Körper in Augmented Reality.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Das mathematische Objekt der App sind elf verschiedene geometrische Körper, die vom Benutzer auf ihren Aufbau hin untersucht werden können. Diese Betrachtung wird durch eine Darstellung in AR und durch die Möglichkeit, zwischen verschiedenen Darstellungsoptionen zu wechseln, unterstützt.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, etc. | |

Zunächst müssen die in der App verlinkten Marker (QR-Codes) ausgedruckt werden. Sobald diese in der geöffneten App von der Kamera erfasst werden, erscheinen die zugehörigen virtuellen dreidimensionalen Körper (2). Sie liegen optisch auf dem Papier – und somit auf der Tischoberfläche – und lassen sich durch reales Anheben, Verschieben und Drehen der Marker ebenfalls anheben, verschieben und drehen (1) – allerdings nur, solange der QR-Code noch von der Kamera erkannt wird (5). Die SuS können somit den Körper nicht nur indirekt durch Touchgesten beeinflussen, sondern auch durch Bewegungen direkt an dem Ort, an dem der Körper abgebildet wird (4) (vgl. Abb. 1)



Abbildung 1

Jeder Marker kann zwei verschiedene Darstellungen auslösen – einen Körper oder eine ebene Fläche – je nachdem welche App verwendet wird. Beispielsweise gibt es einen Marker, der in der App für die Körper einen Würfel auslöst und in der App für die Flächen ein Quadrat. Dies ist auch auf den Markern vermerkt (*Cube/Square*). Im Falle des Würfels macht diese Zuordnung Sinn, da die Seitenflächen des Würfels Quadrate sind. Aber auch das gleichseitige Dreiecksprisma und das Sechseck teilen sich einen Marker (*Triangular prism/Hexagon*), ebenso wie das Sechsecksprisma und das Parallelogram (*Hexagonal prism/Parallelogram*). Dass jeweils eine Fläche und ein Körper einem gemeinsamen Marker zugeordnet sind und diese auch für den Benutzer sichtbar auf den Markern abgedruckt sind, impliziert einen Zusammenhang zwischen den zugehörigen Flächen und ebenen Körpern, der aber mathematisch gar nicht gegeben ist (2) (5).

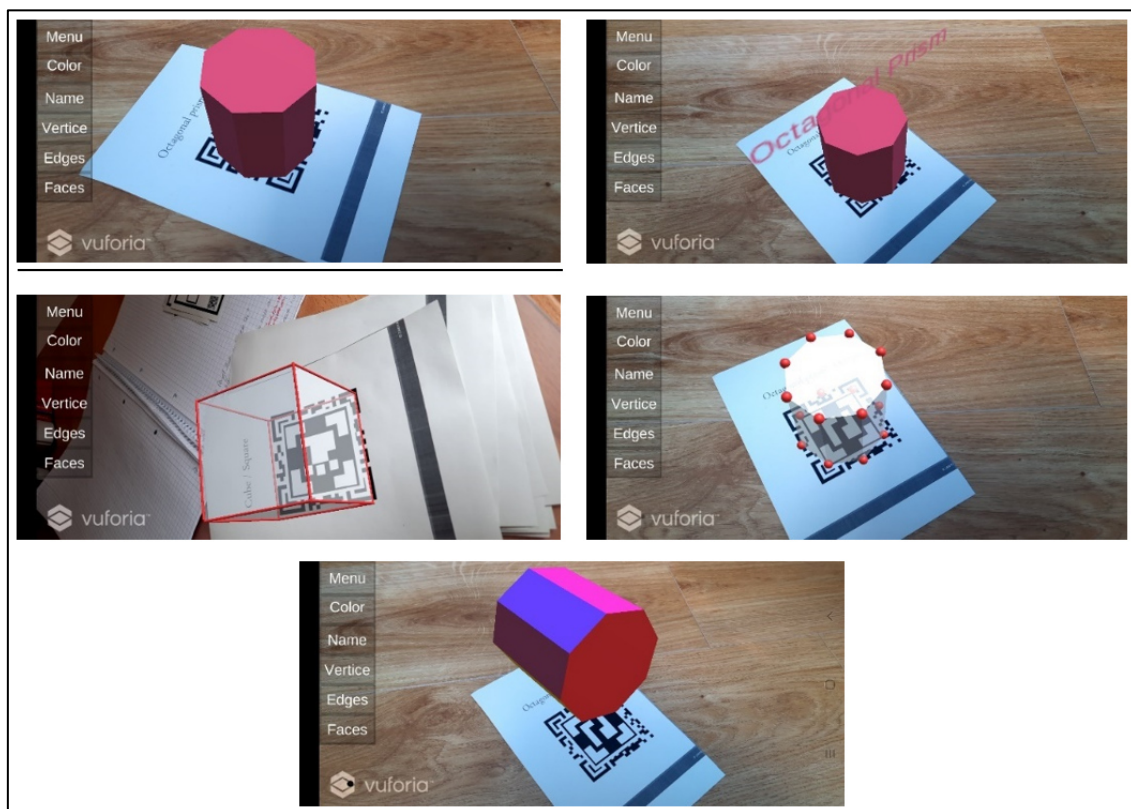


Abbildung 2

An den Körpern lassen sich nun Veränderungen vornehmen (vgl. Abb. 2) (1) (2):

- *Color*: Der Körper wird als einfarbiges Vollmodell dargestellt
- *Name*: Der Name wird über dem Körper eingeblendet
- *Vertice*: Darstellung als Flächenmodell, bei dem die Ecken besonders hervorgehoben sind
- *Edges*: Darstellung als Flächenmodell, bei dem die Kanten besonders hervorgehoben sind
- *Faces*: Der Körper wird als mehrfarbiges Vollmodell dargestellt, schwebt nun über der Tischebene und rotiert langsam, sodass er auch bei unveränderter Kameraposition von allen Seiten sichtbar wird

Die App kann nur einen Körper zeitgleich darstellen. Auch wenn mehrere „Marker“ im Kameraausschnitt sichtbar sind, erfasst die App nur einen der Körper (2) (5).

Häufig wird der Marker von der App jedoch nicht korrekt erkannt und es werden die falschen Körper angezeigt (vgl. Abb. 3).

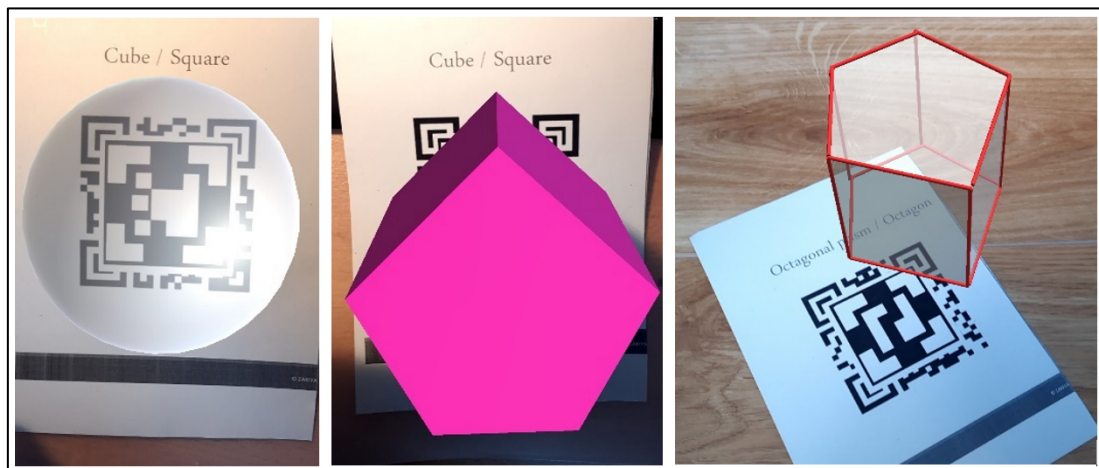


Abbildung 3

Damit sind die Möglichkeiten der Interaktionen innerhalb der App bereits erschöpft.

Zwischenfazit

Insgesamt ist die App sowohl vom technischen Standpunkt betrachtet als auch mit Blick auf die fachmathematischen und fachdidaktischen Aspekte nicht geeignet: Da die SuS hier kaum mit den dargestellten Körpern interagieren können und kaum zu Erkundungen und Entdeckungen angeregt werden, ist die App ungeeignet zur Vermittlung des mathematischen Objektes. Schritt 4 und 5 werden daher hier nicht mehr ausgeführt.

3.2. Analyse der App Arloon Geometry

Name und Publikationsjahr:	Arloon Geometry	2020 (2016)
Entwickler der App:	Arloon	
Voraussetzungen:	Android 4.1 oder neuer	
Kosten:	2,99€	
Zusatzmaterial:	Ein ausgedruckter Marker	
Eignung für die Grundschule:	mäßig geeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App bietet dreidimensionale Darstellungen der meisten geometrischen Körper im AR-Modus an und bietet damit eine faszinierende Möglichkeit, die Welt der Geometrie zu entdecken. SuS können ihre *Spatial visualization* verbessern, indem sie direkt mit den Körpern interagieren.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

SuS können aus einer großen Auswahl von geometrischen Körpern auswählen und diese in AR von allen Seiten untersuchen. Sie können die Merkmale der Körper erkennen und überprüfen sowie sich Wissen über die geometrischen Körper aneignen und die zugehörigen Körpernetze untersuchen.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Der Benutzer muss zunächst eine der vier Körperfamilien *Prismen*, *regelmäßige Polyeder*, *Rotationskörper* und *Pyramiden* durch Tippen auswählen (1) (2) (vgl. Abb. 4a). Die Körper stehen also nicht nur ungeordnet zur Verfügung, sondern sind bereits nach übergeordneten Merkmalen sortiert (3). Nach Antippen einer Körperfamilie gelangt der Nutzer in die entsprechende Auswahl der einzelnen Körper (vgl. Abb. 4b). Durch Verschieben eines Schiebereglers kann dann durch diese Auswahl gescrollt werden und ein bestimmter Körper durch Antippen ausgewählt werden (1). Die Prismen sind wiederum aufgeteilt in regelmäßige und unregelmäßige Prismen (unter denen sich auch schiefe und konkave Prismen befinden) (3).

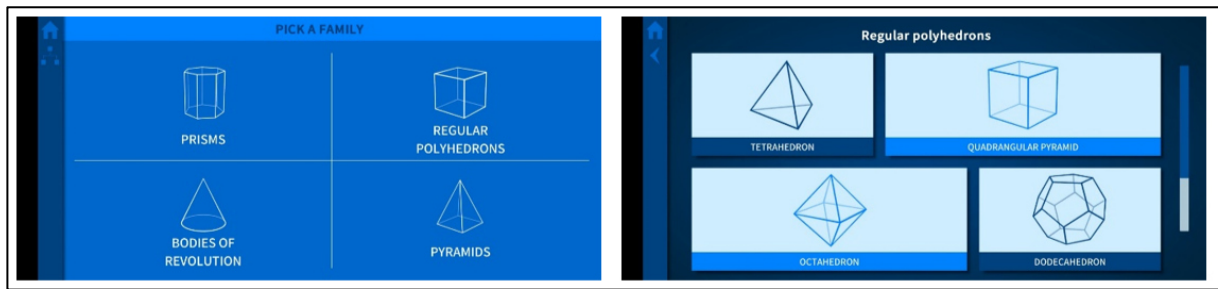


Abbildung 4a und 4b

Der Körper erscheint daraufhin in einer weißen Umgebung und es wird eine Menüleiste mit verschiedenen Optionen eingeblendet (vgl. Abb. 5a). Um in den AR-Modus zu kommen, muss der Benutzer auf das Auge-Symbol tippen. Anschließend muss die Kamera auf den ausgedruckten Marker gerichtet werden. Daraufhin wird der virtuelle Körper auf dem Marker in der realen Umgebung eingeblendet. Er wird als Vollmodell – also nicht transparent – dargestellt (vgl. Abb. 5b).



Abbildung 5 a und b

Der Marker kann vom Benutzer beliebig gedreht und gekippt werden und der virtuelle Körper vollzieht diese Bewegungen mit (vgl. Abb. 6). Dadurch können die SuS nicht nur über den zweidimensionalen Bildschirm indirekt mit dem dargestellten Objekt interagieren, sondern es im „realen“ Raum bewegen – gerade den schwächeren SuS erleichtert es das Verständnis für die Bewegungen, wenn diese nicht „auf Distanz“ über das Touchpad stattfinden (4).

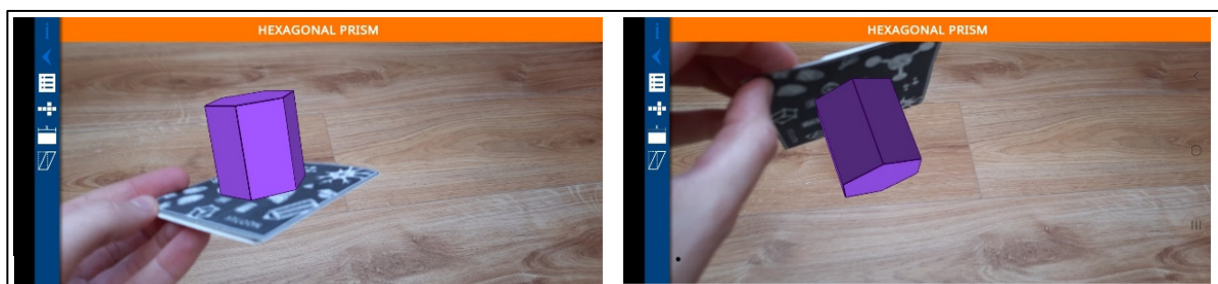


Abbildung 6

Weitere Optionen auf der Menüleiste sind folgende:

- **Notizblocksymbol:** Durch Antippen werden Informationen zum Körper eingeblendet (vgl. Abb. 7). Diese enthalten die Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen und weitere Merkmale

zum Körper wie beispielsweise eine Konstruktionsanleitung, Angaben zu Winkelgrößen oder Seitenflächen, etc.

- **Körpernetz:** Durch Antippen dieses Symbols faltet sich der Körper auseinander, bis er in zweidimensionaler Körpernetzform auf dem Marker „liegt“. Bei erneutem Antippen faltet sich der Körper wieder zusammen (vgl. Abb. 8). Die Geschwindigkeit des Faltvorgangs lässt sich nicht verändern. Außerdem ist immer nur ein mögliches Netz dargestellt; die Schnittkanten bleiben stets dieselben.
- **Schiefe Körper:** Durch Antippen des letzten Symbols auf der Menüleiste können die dargestellten geraden Körper in einen schiefen Körper transformiert werden (vgl. Abb. 9)
- **Formeln:** Hinter diesem Symbol befinden sich die Formeln zur Berechnung von Oberfläche und Volumen des Körpers. Durch Antippen einzelner Flächen in diesem Modus können diese ausgewählt werden, sodass sie farbig hervorgehoben werden (orange statt lila) und die Formeln zur Berechnung der Oberfläche der ausgewählten Fläche angezeigt wird (vgl. Abb. 10).



Abbildung 7



Abbildung 8

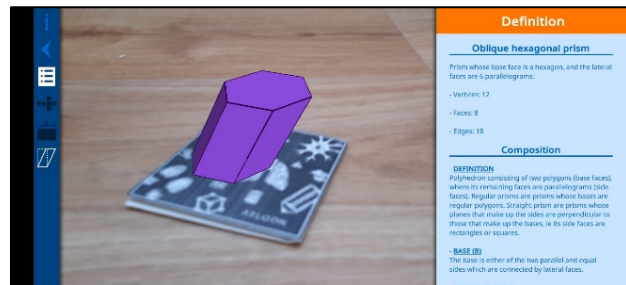


Abbildung 9

Die Möglichkeit, auch die schiefe Version der Körper darzustellen, verhindert eine fehlerhafte Begriffseinengung bei den SuS auf prototypische Repräsentanten und fördert ein flexibles Verständnis für die geometrischen Körper (4). In diesem Modus können allerdings weder das Körpernetz noch die Berechnungsformeln abgerufen werden (2).

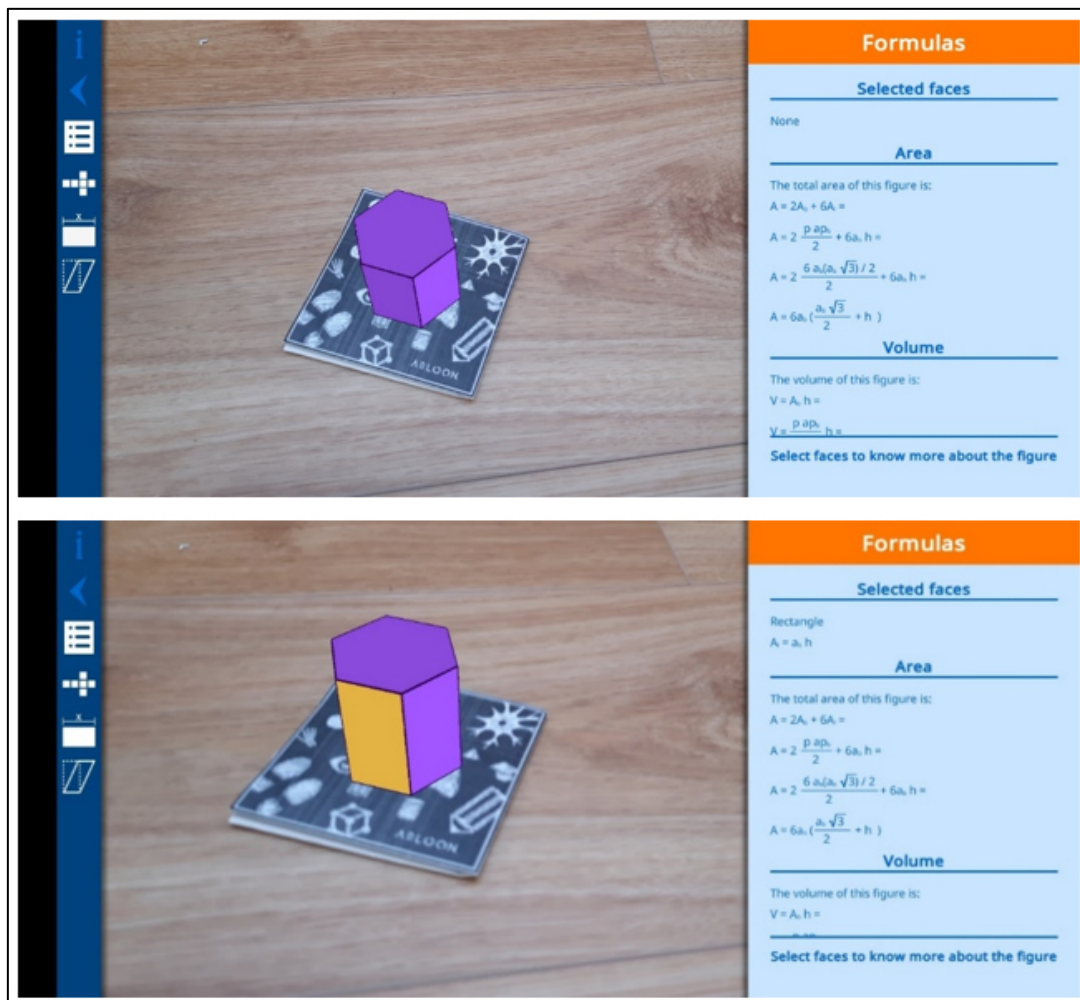


Abbildung 10

Es findet sich ein auffälliger fachlicher Fehler in der App: Der Würfel wird als *Quadrangular Pyramid* bezeichnet. Dies müsste dringen behoben werden, bevor mit der App gearbeitet wird (5).

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Tätigkeiten: Da die App selbst keine Aufgabenstellungen beinhaltet, sind die Motive für den Umgang mit der App, die von der Lehrkraft gestellten Aufgaben zu bearbeiten oder (neue) Körper frei zu erkunden. An diesem Motiv orientierte Tätigkeiten der SuS sind das genaue Untersuchen der Körper (beispielsweise auf ihre Merkmale) oder ein aufmerksames Lesen der bereitgestellten Informationen. Auch die gezielte Auswahl eines bestimmten Körpers zählt zu den Tätigkeiten; ebenso wie ein Vergleich zwischen mehreren Körpern bzw. zwischen der geraden und schiefen Version eines Körpers.

Handlungen: Um die Körper von allen Seiten betrachten zu können, kann das Objekt mithilfe des Markers bewegt und gedreht werden. Alternativ kann der Benutzer auch um die Objekte herumgehen bzw. die Kamera um den Körper/Marker herumbewegen. Auch die Auswahl eines bestimmten Körpers gehört dazu. Das Abrufen von Informationen zählt ebenfalls zu den zielgerichteten Handlungen, genauso wie der Wechsel in die Darstellung als zweidimensionales Körpernetz oder die Transformation in die schiefe Version eines dargestellten geraden Körpers.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Touchgesten zur Auswahl von Körpern und Anzeigeeoptionen, wie auch die Wischgesten zur Nutzung des Schiebereglers im Auswahlbereich der Körper.

Das Auswählen bestimmter Körper und die Veränderung der Darstellungsmöglichkeiten wird bei den SuS mit der Zeit von Handlungen zu Operationen, für die kein weiteres Nachdenken erforderlich ist.

Das Bewegen des Markers zum Drehen des Körpers wird anfangs zu den Handlungen oder möglicherweise sogar zu den Tätigkeiten zählen, kann im Laufe der Zeit aber zu Operationen werden, die automatisch ausgeführt werden und nur Mittel zu einem anderen Zweck sind.

Das Untersuchen *eines* Körpers auf gewisse Eigenschaften steht zu Beginn im Zentrum der Aufmerksamkeit. Diese Tätigkeiten können jedoch im Laufe der Zeit zu Handlungen werden und somit können neue Tätigkeiten hinzukommen, beispielsweise das Vergleichen mehrerer Körper miteinander und ein Verständnis zur Einteilung in verschiedene Klassen.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Es können alle drei Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens gefördert werden:

Die Körper können gedreht und bewegt werden, während sie selbst unverändert bleiben, daher wird die Komponente *Spatial Relations* gefördert. Leider kann nur ein Körper zugleich angezeigt werden. Daher ist eine räumliche Anordnung von mehreren Objekten nicht möglich.

Die Darstellung des Faltprozesses und das gezielte Einfärben im zwei- oder dreidimensionalen Zustand fördert die Komponente *Visualization*. Schnitte und Zerlegungen der Körper können leider nicht vorgenommen werden.

Der Benutzer kann sich auch um den Körper herumbewegen und damit die *Spatial Orientation* fördern, allerdings ist diese Vorgehensweise beim Aufbau der App nicht naheliegend.

Die Möglichkeit, die geraden Körper auch in schiefe Körper zu transformieren, verhindert wie bereits erwähnt eine fehlerhafte Begriffseinengung auf prototypische Repräsentanten. Dass beispielsweise auch eine schiefe Pyramide noch als Pyramide erkannt wird, ermöglicht Entdeckungen und fördert ein flexibles Verständnis für die geometrischen Körper. Für Grundschulkinder ist dies allerdings zu komplex und würde beim Großteil von ihnen wohl eher zu Verwirrung und Überforderung als zu Faszination und Wissenszuwachs führen. Daher sollte diese Option im Grundschulunterricht wenn überhaupt nur bei sehr leistungsstarken SuS als Differenzierungsmaßnahme verwendet werden.

Die gewählte Aufteilung der Körper in ihre Familien (Prismen, platonische Körper, Rotationskörper und Pyramiden) ist für eine tragfähige Begriffsbildung und ein Verständnis von logischen Zusammenhängen und Hierarchien sinnvoll. Auch dies überfordert jedoch die meisten Grundschulkinder, da sich der Geometrieunterricht meist auf wenige Basiskörper beschränkt. Diese sind aber über die vier Kategorien verteilt, was das eigenständige Zurechtfinden in der App erschwert.

Leider ist nur eine Darstellung als Vollmodell möglich. Förderlich wäre hier die Option, die Flächen transparent erscheinen zu lassen, sodass die SuS auch den Boden des Objekts betrachten können (der ja immer vom Marker verdeckt wird) bzw. auch die verdeckten Rückseiten noch sichtbar sind.

Die Arbeit mit dem Marker erleichtert gerade den leistungsschwächeren SuS den Umgang mit den Körpern und ermöglicht ihnen ein Verständnis für die Bewegungen, wenn diese nicht „auf Distanz“ und indirekt über das Touchpad initiiert werden, sondern sie am realen Ort mit dem Körper interagieren können.

Insgesamt scheint die App geeignet für den Grundschulunterricht, um das räumliche Vorstellungsvermögen und das geometrische Wissen und Verständnis zu fördern. Allerdings sollte man gezielt nur wenige Möglichkeiten der App für den Unterricht nutzen und für die Grundschulkinder den Informationsinput deutlich reduzieren. Die Verwendung in Phasen, in denen die SuS eigenständig arbeiten sollen, erscheint schwierig.

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Da sich einzelne Flächen der Körper umfärben lassen, könnte man die SuS in den Körpernetzen gezielt bestimmte Flächen einfärben lassen – beispielsweise gegenüberliegende Flächen oder die

Fläche, die nach dem Falten oben ist, etc. – und dies dann durch ein Zusammenfallen des Körpernetzes selbstständig überprüfen lassen. Es würde sich hier um kopfgeometrische Aufgaben mit Unterstützung in Phase I und III handeln.

Die bereitgestellten Informationen sind sehr komplex für Grundschulkinder. Allerdings bietet beispielsweise die Angabe der Ecken-, Kanten- und Flächenanzahl die Möglichkeit, die SuS zunächst selbst den Körper auf seine Merkmale zu untersuchen und das Ergebnis anschließend durch Einblenden der Informationen zu kontrollieren.

Eine herausfordernde Aufgabe für die leistungstärkeren SuS könnte auch sein, die vier Körperfamilien auf ihre Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu untersuchen. Sie könnten Erklärungen finden, nach welchen Kriterien die Körper so aufgeteilt sind, und diese Erkenntnisse verbalisieren – dies würde auch die Entwicklung der Fachsprache und die prozessbezogenen Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren stärken. Auch könnten die SuS alternative Kriterien für andere mögliche Aufteilungen finden.

3.3. Analyse der Apps CleverBooks Geometry/ARETEGeometry/ARC Geometry

Name und Publikationsjahr:	CleverBooks Geometry & ARETEGeometry ARC Geometry	2018 2021 2021
Entwickler der App:	CleverBooks Limited	
Voraussetzungen:	iPadOS 10.0 / iOS 10.0 oder neuer Buch: „Geometry workbook for primary school“	
Kosten:	Buchkosten	
Zusatzmaterial:	Erklärvideo „ARETE Pilot 2 training video“ Handbuch “Pilot 2: Geometry App User training guide”	
Eignung für die Grundschule:	mäßig geeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App ermöglicht den SuS, geometrische Körper in AR zu erleben und dadurch ihre Neugier zu wecken. Lehrkräfte können die App nutzen, um abstrakte geometrische Konzepte durch dreidimensionale Visualisierung und Interaktionen in Echtzeit verständlich zu vermitteln. Visuelle und auditive Lerner sollen vom Lernen mit der App profitieren, da sie viele Sinneskanäle anspricht. Der Inhalt wurde auf die weltweiten Richtlinien zum Geometrieunterricht der Grundschule zugeschnitten.

Vorbemerkungen:

Die App „Geometry“ wurde von Cleverbooks erstellt. Dies ist ein Teil des ARETE-Projekts – ein paneuropäisches Projekt, das eine gewinnbringender Verwendung von neuen Technologien, insbesondere AR-Technologien, in Industrie, im privaten Bereich und im Bildungsbereich unterstützt. Auf das AR-Projekt für Geometrielernen im Grundschulunterricht kann sowohl über die App *Geometry* als auch über die App *ARETEGeometry* sowie die App *ARC Geometry* zugegriffen werden, daher werden alle drei gemeinsam genannt und analysiert.

In den Einstellungen der App kann die Sprache geändert werden. Da die deutsche Übersetzung jedoch sehr schlecht ist (beispielsweise wird *faces* mit „Gesichter“ statt „Seitenflächen“ übersetzt), bezieht sich diese Analyse lediglich auf die englischsprachige Version der App.

Nachdem die vorliegende Analyse der App durchgeführt wurde, wurde die App aktualisiert. Daher sind möglicherweise einige fachmathematische und technische Fehler, die in der vorliegenden Analyse bemängelt wurden, inzwischen vom Entwickler behoben.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Die App soll zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens und der visuellen Wahrnehmung beitragen, indem dreidimensionale Körper mithilfe von AR erforscht werden. Diese sind nach ihren Grundflächen (Kreis, Rechteck, Quadrat, Sechseck und Dreieck) sortiert. Basierend auf der Auswahl einer Grundfläche können die dazugehörigen Körper untersucht werden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Die App gliedert sich in die vier Bereiche *Formen*, *Prüfen*, *Formenspiel* und *Mathespiel*. Beim *Mathespiel* handelt es sich lediglich um einen Spielbereich zum Thema Arithmetik, daher wird dieser hier nicht weiter thematisiert. Im Bereich *Prüfen* wird Faktenwissen zu den Flächen und Körpern abgeprüft; beim *Formenspiel* müssen bestimmte Flächen und Körper erkannt werden. Beide Bereiche enthalten nur zweidimensionale Darstellungen und arbeiten ohne AR. Für die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens ist hauptsächlich der Bereich *Formen* relevant, daher wird auf diesen schwerpunktmäßig eingegangen.

In dem Buch „Geometry workbook for primary school“ sind Marker zu den fünf Flächen *Sechseck*, *Rechteck*, *Quadrat*, *Dreieck* und *Kreis* enthalten. Der Benutzer muss in der App zunächst einen dieser Marker mit der Kamera erfassen. Daraufhin wird der Name der abgebildeten Fläche laut vorgelesen und ein Menü öffnet sich, in dem verschiedene Körper abgebildet sind, die als Grundfläche die Fläche des Markers haben (3). Der Benutzer kann durch Antippen einen dieser Körper auswählen. Dieser wird dann als virtuelles Objekt in den von der Kamera aufgenommenen realen Raum eingeblendet und „schwebt“ über dem entsprechenden Marker. Die SuS können das angezeigte *Flächenmodell* dann von allen Seiten betrachten (4). Eine Kinderstimme begleitet die geometrischen Objekte bzw. die Interaktionen der SuS akustisch (2). Der Körper lässt sich nicht durch Wischbewegungen o.ä. drehen, sondern rotiert automatisch langsam um sich selbst (2). Es öffnet sich ein weiteres Menü, in dem folgende Anzeigemöglichkeiten ausgewählt werden können (vgl. Abb. 11):

- **2D:** Ein *Antippen* dieses Buttons bewirkt einen Wechsel zwischen der Darstellung des Körpers und seinem Körpernetz. Der Prozess des Faltens und Entfaltens wird dargestellt, sodass die SuS ihr räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln können und den Zusammenhang zwischen Flächen und Körpern sowie zwischen Körpern und ihren Netzen herstellen können (4).
- **Edge:** Es werden nur die Kanten des Körpers gelb angezeigt.
- **Vertex:** Die Ecken werden bei dem *Flächenmodell* des Körpers gelb hervorgehoben.
- **Faces:** Die Seiten des Körpers werden gelb hervorgehoben.
- **Intersection:** Der Körper wird als Vollmodell dargestellt und eine virtuelle Ebene eingeblendet, mit der man den Körper „zerschneiden“ kann.
- **Info:** Die App blendet Informationen zur abgebildeten Grundfläche ein.

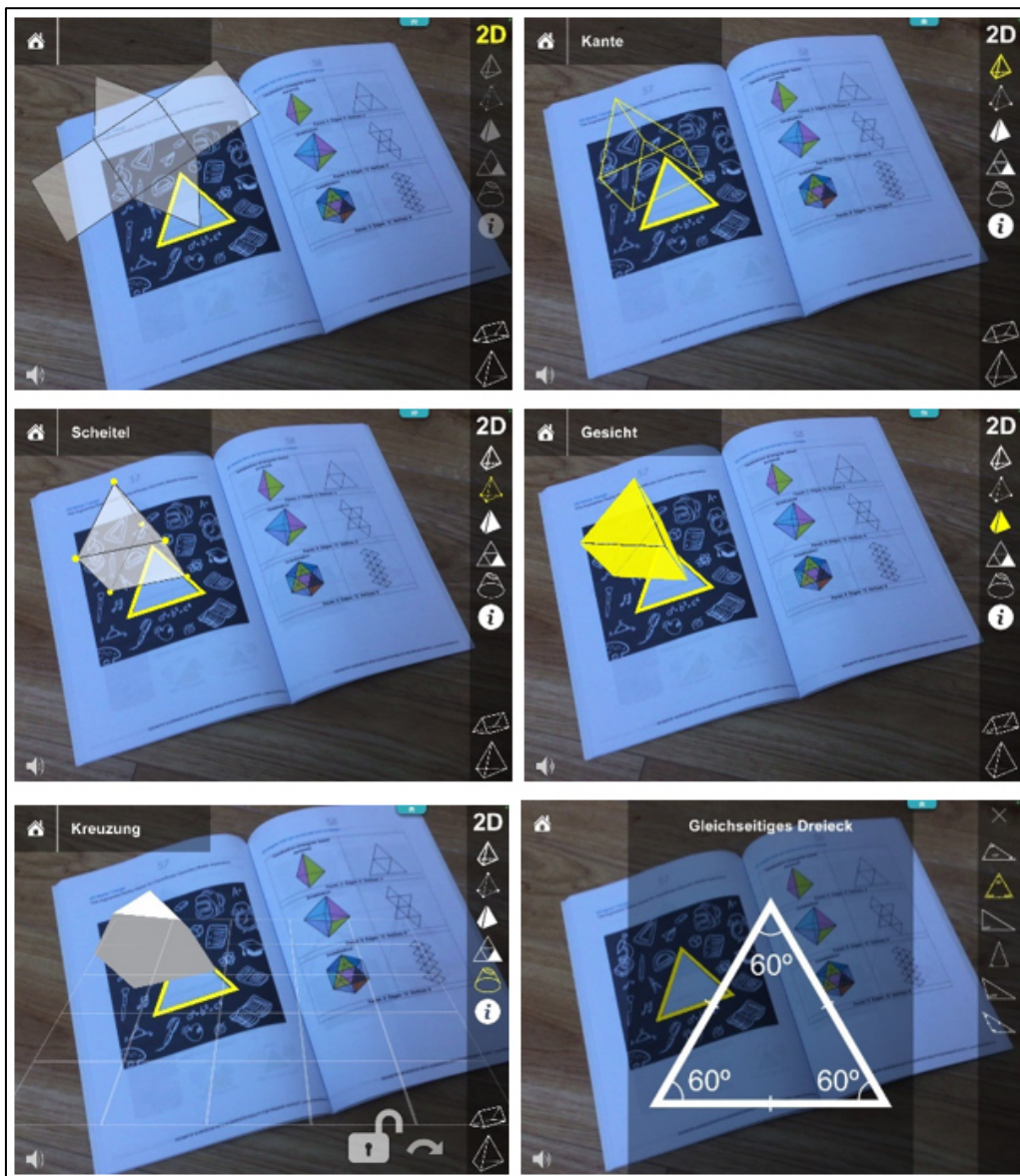


Abbildung 11

- *Fractions*: Der als Vollmodell dargestellte Körper wird entweder in Hälften, Viertel oder Achtel geteilt. Durch Wischgesten auf dem Schieberegler kann die jeweilige Aufteilung ausgewählt werden (vgl. Abb. 12).

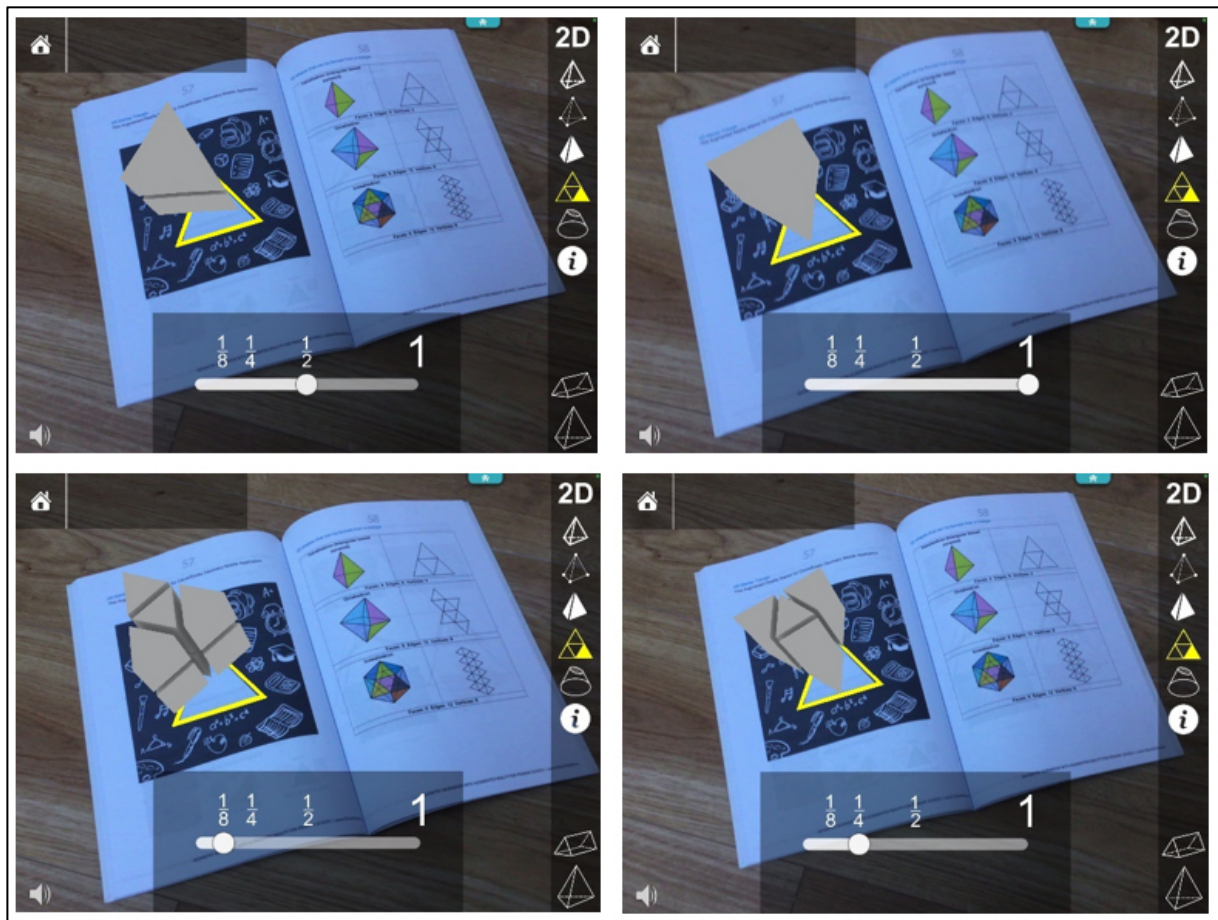


Abbildung 12

Während aller Interaktion muss die Kamera ständig den Marker erfassen, was die Arbeit mit der App über einen längeren Zeitraum sehr anstrengend macht (5). Auch verhindert dies das Betrachten eines Körpers aus bestimmten Perspektiven – beispielsweise kann der Körper nicht von unten betrachtet werden, da in dem Moment der Marker nicht mehr im Kameraausschnitt liegt (2) (5).

Die Körper rotieren wie bereits erwähnt automatisch langsam um sich selbst. Die SuS haben nicht die Möglichkeit, sie selbstständig zu drehen oder im Raum zu bewegen (2) (4).

Der Zusammenhang zwischen Buch und App ist teilweise nicht ausgereift: Während das Buch beispielsweise für die Formen, die aus einem Rechteck entstehen können, das Dreiecksprisma und den Quader angibt, können in der App in AR durch ein Scannen des Rechteck-Markers ein Quader und ein Parallelepiped angezeigt werden. Auch bei der Fläche Kreis listet das Buch nur Kegel und Zylinder auf, während in der App auch Torus und Kugel darstellbar sind (vgl. Abb. 13).

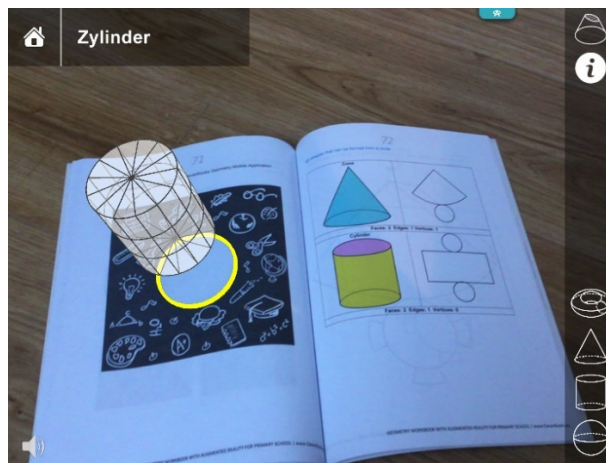


Abbildung 13

Auch der innere Aufbau des Buches scheint nicht ganz schlüssig, dies soll jedoch hier nicht weiter thematisiert werden.

Zwar sind die Bereiche *Prüfen* und *Formenspiel* wie oben erläutert nicht mit AR, es soll aber trotzdem noch kurz darauf eingegangen werden: Im Bereich Formenspiel müssen die SuS jeweils eine bestimmte Fläche bzw. einen bestimmten Körper aus einer Auswahl von Körpern und Flächen finden. Ein Beispiel ist in der Abbildung 14 gezeigt:



Abbildung 14

Hier werden schon einige Probleme deutlich: Zwar ist es gut, wenn reale Flächen und Körper, die ja niemals ideale Repräsentanten sein können, von den SuS in ihrer Umwelt erkannt werden. Allerdings wird das Rechteck in dem Spiel mithilfe der Schokolade, das Quadrat mithilfe des Kaminfeuers und das Dreieck mithilfe des Pizzastückes dargestellt – obwohl diese keine Flächen im eigentlichen Sinne sind (die es ja in der Realität ohnehin nicht gibt).

Ein weiteres Problem ist, dass das Quadrat ein Spezialfall eines Rechtecks ist; die Antwort jedoch stets als falsch gewertet wird. Auch bei anderen Fällen (z.B. einen Quader als Prisma auszuwählen) taucht dieser mathematische Fehler auf. Dies ist vermutlich aufgrund einer didaktischen Reduktion für die Grundschule so programmiert, aber man sollte die Art der Rückmeldung ändern – beispielsweise in „Richtig, das Quadrat ist ein Rechteck. Kannst du noch ein weiteres Rechteck finden?“.

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Tätigkeiten: Da die App selbst keine Aufgabenstellungen beinhaltet, sind die Motive der SuS für die Beschäftigung mit der App, die von der Lehrkraft gestellten Aufgaben zu bearbeiten oder (neue) Körper frei zu erkunden. An diesem Motiv orientierte Tätigkeit der SuS ist das genaue Untersuchen der Körper (beispielsweise auf ihre Merkmale).

Handlungen: Um die Körper von allen Seiten betrachten zu können, geht der Benutzer um die Objekte herum bzw. bewegt die Kamera über den Körper. Auch die Auswahl eines Markers aus dem Buch und eines bestimmten Körpers zählt dazu. Der Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten (z.B. Hervorhebung der Ecken) gehört ebenfalls zu den zielgerichteten Handlungen.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Touchgesten zur Auswahl von Körpern und Anzeigeoptionen, wie auch die Wischgesten zur Nutzung des Schiebereglers (*Fractions*).

Das Auswählen bestimmter Darstellungsmöglichkeiten wird bei den SuS mit der Zeit von Handlungen zu Operationen, für die kein weiteres Nachdenken erforderlich ist. Umgekehrt können für SuS, die wenig Erfahrung mit digitalen Medien haben, die Touchgesten zunächst zu den Handlungen gehören und erst in einem späteren Stadium zu Operationen werden.

Das Untersuchen *eines* Körpers auf gewisse Eigenschaften steht zu Beginn im Zentrum der Aufmerksamkeit. Diese Tätigkeiten können jedoch im Laufe der Zeit zu Handlungen werden und somit können neue Tätigkeiten hinzukommen, beispielsweise das Vergleichen mehrerer Körper miteinander und die Einteilung in verschiedene Klassen.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Die App verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Körpern und ihren Körpernetzen bzw. den darin enthaltenen zweidimensionalen Flächen, indem sie beide Anzeigeoptionen bietet und den Faltvorgang anzeigt. Somit könnte die Teilkomponente *Visualization* der räumlichen Vorstellung gefördert werden. Der Faltvorgang findet allerdings in einer vom Entwickler festgelegten Geschwindigkeit statt und lässt sich vom Benutzer nicht verändern. Zudem handelt es sich bei den Netzen immer um das „prototypische“ Netz, die Kinder können also nicht erkennen, dass die Flächen auch anders zusammengesetzt sein könnten. Die vom Entwickler gewählte Darstellung ist daher nur bedingt hilfreich zur Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Die Komponente *Spatial Relations* wird leider nicht gefördert, da die SuS die Körper nicht selbstständig drehen oder im Raum platzieren und bewegen können. Zwar wäre eine Bewegung der Marker selbst denkbar, aber da diese sich im dazugehörigen Buch befinden, ist diese Möglichkeit unpraktikabel und nicht naheliegend.

Durch das Herumbewegen um die einzelnen Körper wird die Komponente *Spatial Orientation* gefördert. Eine mögliche Aufgabenstellung hierzu wäre, dass sich die SuS überlegen sollen, wie der Körper von hinten, von rechts und von links aussieht, und seine Vermutung anschließend überprüft. Hierbei ist es jedoch hinderlich, dass die App den Körper bereits langsam rotierend darstellt.

An den dargestellten Körpern können keine Veränderungen – wie beispielsweise das Verschieben einzelner Punkte oder die Verlängerung oder Verkürzung einzelner Strecken – vorgenommen werden. Es handelt sich stets um einen prototypischen Repräsentanten des Objekts, was im Sinne einer didaktischen Reduktion in der Grundschule möglicherweise beabsichtigt war, aber die Gefahr birgt, dass die SuS fehlerhafte Begriffseingengungen vornehmen (z.B. einen Quader nur erkennen, wenn zwei seiner Seitenflächen Quadrate sind).

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Die App eignet sich nicht dafür, sie ohne Anleitung und Aufgabenstellungen seitens der Lehrkraft zu nutzen, da dies mehr zu Spielereien und ziellosem Ausprobieren als zu wirklichen Entdeckungen führt. Es ist daher – wie bei allen anderen Unterrichtsgestaltungen – zentral, dass die Lehrkraft sich gute Arbeitsaufträge überlegt und die SuS in ihrem Umgang mit der App anleitet.

Eine mögliche Aufgabenstellung zur eigenaktiven Erarbeitung bestimmter Inhalte könnte sein, die SuS erforschen zu lassen, wie viele Ecken, Kanten und Seiten ein Körper hat. Die Darstellung im AR-Modus hat den großen Vorteil, dass die SuS diese Informationen dann nicht einer zweidimensionalen Zeichnung entnehmen müssen oder gar mechanisch und ohne tieferes Verständnis auswendig lernen. Allerdings sollte der Einsatz von Apps ohnehin nicht vor dem handelnden Umgang mit physischem Material stattfinden (vgl. Kapitel 1.1.2.), und dabei werden diese Grundinformationen der Körper meist schon erarbeitet, insofern ist diese Aufgabe nur bedingt sinnvoll.

Die App eignet sich statt für eine Erarbeitung eher für zufälliges oder gezieltes Ausprobieren mit den bereitgestellten Werkzeugen. Vor allem aber kann sie Faszination wecken und die Motivation der SuS für eine Beschäftigung mit geometrischen Körpern stärken. Zur Vertiefung und Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens in Eigenarbeit ist sie allerdings weniger geeignet.

Eine sehr nützliche Funktion für den Unterricht ist die Möglichkeit, dass die Lehrkraft ihren Bildschirm mit den SuS teilen kann. Es wird auf allen Geräten der Bildschirm der Lehrkraft angezeigt und es können gemeinsame Beobachtungen im Plenum gemacht werden. Dadurch wird viel Zeit- und Materialaufwand im Gegensatz zum Umgang mit echtem Material gespart und es birgt die Möglichkeit, rasch zwischen Voll-, Flächen- und Kantenmodellen hin- und herzuwechseln.

3.4. Analyse der App Augmented Polyhedrons

Name und Publikationsjahr:	Augmented Polyhedrons	2020 (2014)
Entwickler der App:	M. Chardine	
Voraussetzungen:	Android 5.0 oder neuer	
Kosten:	kostenlos	
Zusatzmaterial:	Zwölf Marker zum Ausdrucken	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

In der App werden mithilfe von Markern zwölf verschiedene geometrische Körper als virtuelle Darstellung in die reale Umgebung eingeblendet. Somit können diese dreidimensionalen Objekte von den SuS von allen Seiten untersucht werden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Zunächst müssen die zur App gehörigen Marker ausgedruckt werden. Anschließend kann der Benutzer die App öffnen und die Kamera auf die Marker richten (1). Die App erkennt die von der Kamera erfassten Marker und blendet die zugehörigen Körper als virtuelle Objekte in den realen Raum ein (2) (vgl. Abb. 15).

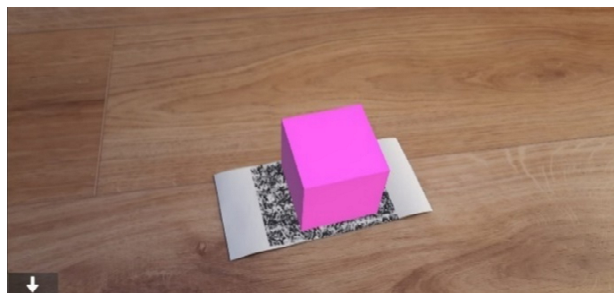


Abbildung 15

Die Körper werden dabei so platziert, dass sie auf dem Marker „kleben“ (2). Somit können die SuS die Marker anheben, drehen und kippen, und der Körper vollzieht all diese Bewegungen mit (1) (2) (vgl. Abb. 16). Alternativ kann der Marker hingelegt werden und der Benutzer um den Körper

herumgehen oder die Kamera drumherum bewegen (1). Dadurch können SuS den Körper von allen Seiten betrachten– außer vom Boden, denn dieser ruht ja auf dem Marker – und gezielt untersuchen (4). Die SuS können somit den Körper nicht indirekt nur durch Touchgesten beeinflussen, sondern auch durch Bewegungen direkt am Ort, an dem der Körper abgebildet wird (4).

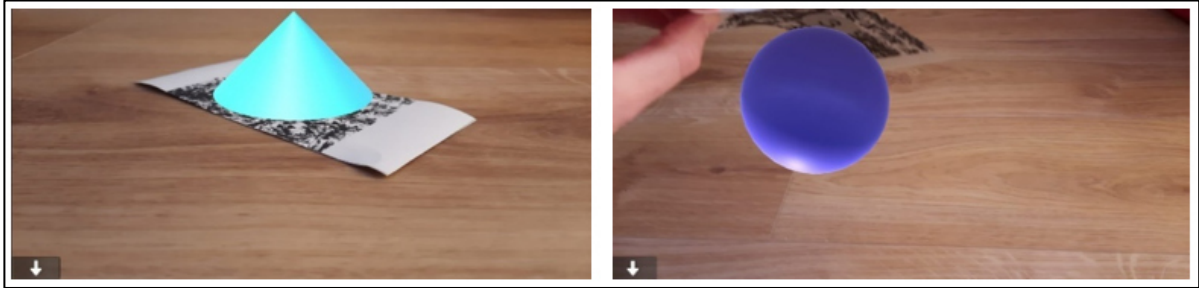


Abbildung 16

Es kann jeweils nur ein Körper dargestellt werden. Liegen mehrere Marker im Kameraausschnitt, „erkennt“ die App nur einen der Marker und blendet den entsprechenden Körper ein (2).

Insgesamt sind zwölf Marker für die folgenden Körper vorhanden: Würfel, Quader, Kugel, gerader Zylinder, gerader Kegel und gerade Quadrat- und Dreieckpyramide. Zudem stehen mehrere gerade Prismen zur Verfügung, die im Gegensatz zu den anderen dargestellten Körpern interessanterweise nicht regelmäßig sind (2) (vgl. Abb. 17). Die Körper werden als Vollmodelle dargestellt; der dreidimensionale Eindruck entsteht durch Farbschattierungen bzw. Lichtreflexionen (5).

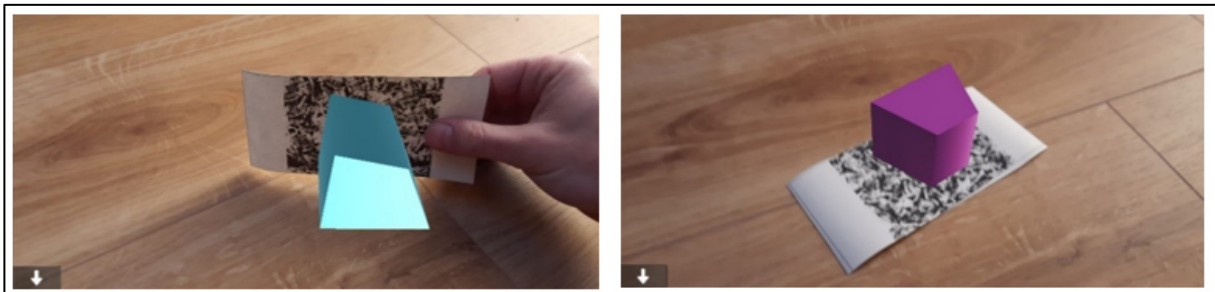


Abbildung 17

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Außer der Bewegung des Körpers durch eine tatsächliche Bewegung des Markers oder die eigene Bewegung um den Körper herum sind keine Interaktionen möglich. Die Körper sind starre Gebilde, an denen nichts veränderbar ist – weder in der Darstellung (also beispielsweise als Kanten- oder Flächenmodell bzw. als Körpernetz) noch in der tatsächlichen Manipulation einzelner Maße. Damit ist die App im Hinblick auf den Erwerb von fachmathematischen Kompetenzen nicht hilfreich: Da die SuS kaum mit den dargestellten Körpern interagieren können und kaum zu Erkundungen und Entdeckungen angeregt werden, ist die App ungeeignet zur Vermittlung des mathematischen Objektes. Schritt 4 und 5 der Analyse werden daher hier nicht mehr ausgeführt.

3.5. Analyse der App Augmented Reality App

Name und Publikationsjahr:	Augmented Reality App	2019
Entwickler der App:	Ubicolor Ltd.	
Voraussetzungen:	iOS 11.3 oder neuer	
Kosten:	kostenlos	
Zusatzmaterial:	---	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Dreidimensionale Körper können fest im Raum platziert werden, sodass man sich in der realen Welt um sie herumbewegen kann.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

Die App bietet die verschiedenen Kategorien *shapes*, *solar system*, *surface detection*, *measure*, *image detection*, *spacial sound* und *physics*. Für den Geometrieunterricht interessant scheint zunächst die Kategorie *shapes*. Öffnet man diese, wird automatisch die Kamera eingeschaltet und drei virtuelle geometrische Körper – Würfel, gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche und Kreis – werden als Vollmodelle in der realen Umgebung eingeblendet (vgl. Abb. 18). Der Benutzer kann um die Objekte herumgehen und sie von allen Seiten betrachten, ansonsten bietet die App keinerlei Möglichkeiten zu Interaktionen. Sie wurde der Vollständigkeit halber erwähnt, wird hier jedoch nicht weiter analysiert.

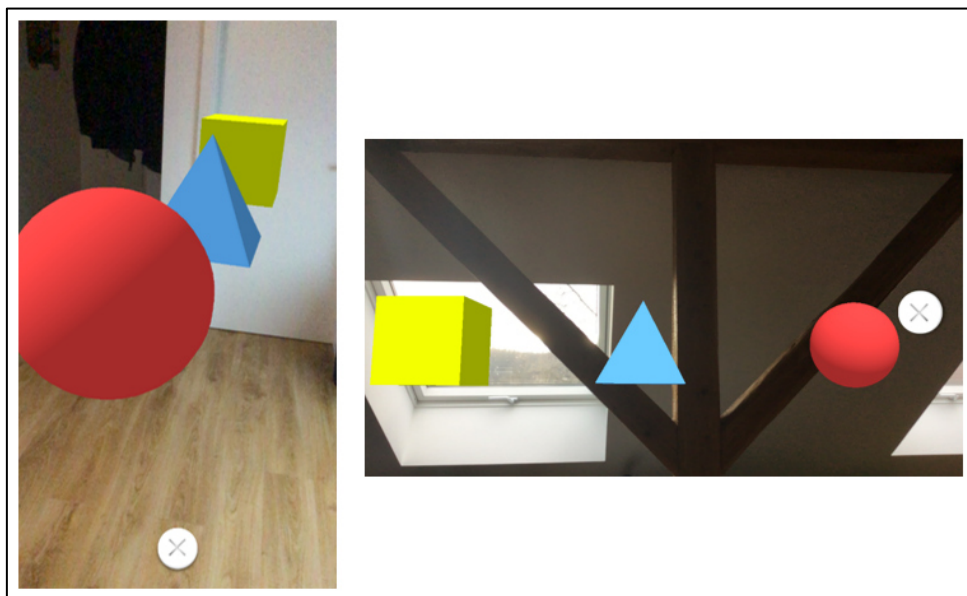


Abbildung 18

3.6. Analyse der App Geo-AR

Name und Publikationsjahr:	Geo-AR	2019
Entwickler der App:	Spring Knowledge Global Joint Stock Company	
Voraussetzungen:	iOS 11.0 / iPad OS 11.0 oder neuer	
Kosten:	kostenlos	
Zusatzmaterial:	Drei Tutorials auf YouTube	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Es fällt oft schwer, sich zweidimensionale Darstellungen von dreidimensionalen Objekten vorzustellen. Daher soll Geo-AR helfen, die dreidimensionale Geometrie besser zu verstehen und einen einfachen und interessanten Zugang dazu zu bekommen. Man kann dreidimensionale Körper in der realen Welt platzieren.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Die App ermöglicht es dem Benutzer, beliebige zweidimensionale Flächen und dreidimensionale Körper zu kreieren. Durch die optische Platzierung des virtuellen Objektes in der realen Welt und die Möglichkeit, die Kamera beliebig zu bewegen, kann die zweidimensionale Abbildung auf dem iPad-Bildschirm als dreidimensional erlebt werden. Dies kann bei den SuS das Verständnis für dreidimensionale Objekte erweitern sowie ihr räumliches Vorstellungsvermögen unterstützen.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte | |

Die App ermöglicht folgende Interaktionen (1):

- *Draw Freedom Point*: Durch einmaliges Tippen wird ein Punkt auf der Tischebene erstellt und muss direkt mit einem Buchstaben benannt werden. Durch Doppeltippen kann die Benennung und durch Verschieben die Position des Punktes nachträglich verändert werden.
- *Connect Points*: Durch Nacheinanderantippen zweier Punkte entsteht eine Strecke

- *Intersection Point*: Durch Nacheinanderantippen zweier sich schneidender Linien wird der Schnittpunkt erstellt
- *Center Point*: Durch Auswahl zweier Punkte wird der Mittelpunkt erstellt.
- *Reference Line*: Punkte oberhalb der Tischebene werden mithilfe einer „Referenzlinie“ erstellt – durch einmaliges Tippen entsteht ein Punkt auf der Tischebene, über dem eine vertikale weiße Hilfslinie erscheint. Sobald man einen Punkt auf dieser Hilfslinie auswählt, kreiert man einen „freischwebenden“ Punkt und die Hilfslinie selbst verschwindet.
- *Set Equal Length*: Durch Antippen ihrer Endpunkte werden zwei Strecken in ihrer Länge angepasst (wobei die zuerst ausgewählte Strecke die Länge der zweiten Strecke annimmt!)
- *Set Equal Angle*: Durch Antippen zwei mal dreier Punkte werden zwei Winkel in ihrer Größe angepasst (wobei der zuerst ausgewählte Winkel die Größe des zweiten Winkels annimmt!)
- *Set Parallel*: Durch Antippen ihrer Endpunkte wird eine erste Strecke ausgewählt, die sich dann parallel zu einer anschließend angetippten zweiten Strecke ausrichtet
- *Set Perpendicular to line*: Durch Antippen zweier Punkte wird die dazwischenliegende Strecke ausgewählt, die sich dann orthogonal zur einer anschließend angetippten zweiten Strecke ausrichtet.
- *Set Perpendicular to plane*: Durch Antippen zweier Punkte wird die dazwischenliegende Strecke ausgewählt, die sich dann orthogonal zu einer Ebene ausrichtet, die ihrerseits durch Antippen dreier Punkte ausgewählt wird.
- *Edit Angle's Value*: Hier kann die Größe eines Winkels verändert werden; 15°, 30°, 45°, 60° und 90° stehen zur Schnellauswahl, alle anderen Größen können manuell eingetippt werden
- *Move Point to Line*: Hier wird zunächst durch einmaliges Antippen ein Punkt ausgewählt und anschließend durch Antippen der Endpunkte einer Strecke auf diese Strecke verschoben.
- *Move Point to Plane*: Hier wird zunächst durch einmaliges Antippen ein Punkt ausgewählt und anschließend durch Antippen dreier Punkte einer Ebene auf diese Ebene verschoben.

Dass sich bei den möglichen Handlungen immer das zuerst ausgewählte statt dem zweiten ausgewählten Objekt verändert, kann möglicherweise bei den SuS zunächst zu Verwirrung führen, wird jedoch nach einigem Ausprobieren bald ersichtlich (2).

Durch ein Nacheinanderausführen bestimmter Aktionen können dann Körper wie beispielsweise eine Dreieckspyramide erstellt werden. Die so erzeugten Körper werden als *Kantenmodell* dargestellt, wobei die Punkte deutlich hervorgehoben bleiben (2) (vgl. Abb. 19).

Die App gibt Rückmeldung über Erfolg einer Handlung (*successful* oder *failed*) (2). Dem Benutzer wird dadurch schnell ersichtlich, wenn er versucht, unmögliche Handlungen durchzuführen (4).

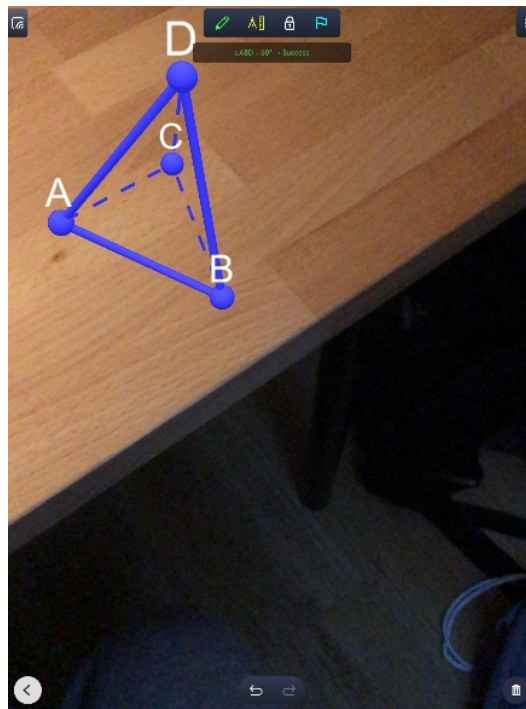


Abbildung 19

Die verschiedenen Elemente sowie die erstellten Konstruktionen im Ganzen können bewegt, vergrößert oder verkleinert und rotiert werden; außerdem kann man natürlich die Kamera darum herumbewegen oder als Benutzer darum laufen (1). Die SuS können damit den geometrischen Körper gut erkunden und Operationen an ihm durchführen. Die App stellt verdeckte Strecken und Kanten automatisch als gestrichelte Linien dar, was es den SuS vereinfacht, das erstellte Objekt dreidimensional wahrzunehmen (4) (5).

Konstruktionen können gespeichert werden, jederzeit neu abgerufen und wieder verändert werden (1). Dadurch kann der Benutzer die Prototypen verschiedener Körper abspeichern, miteinander vergleichen, immer wieder verändern und damit experimentieren (4).

Die App umgeht geschickt Problematik des zweidimensionalen Bildschirms und ermöglicht dadurch ein sehr genaues Platzieren einzelner Punkte: Beim einfachen Einfügen von Punkten werden diese immer auf der Tischebene platziert; während „freischwebende“ Punkte – also Punkte oberhalb dieser Ebene – gezielt mithilfe von Referenzpunkten auf der Tischebene erstellt werden müssen (2) (5).

Ein Manko der App ist, dass die Markierungen, die normalerweise in der Geometrie für rechte Winkel stehen oder gleich lange Strecken anzeigen, beliebig an alle Winkel und Strecken gesetzt werden können, ohne dass diese die korrekten Beziehungen zueinander aufweisen (5).

Möglicherweise können technische Probleme die Erfahrungen beeinträchtigen, da die App sich des Öfteren aufhängt und dann neu gestartet werden muss (5).

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Tätigkeiten: Da die App selbst keine Aufgabenstellungen beinhaltet, sind die Motive der SuS für die Beschäftigung mit der App, die von der Lehrkraft gestellten Aufgaben zu bearbeiten oder (neue) Körper frei zu erkunden. An diesem Motiv orientierte Tätigkeit der SuS ist das Erstellen von dreidimensionalen Körpern und das Verändern bestimmter Eigenschaften dieser Körper.

Handlungen: Zielgerichtete Handlungen sind das Erstellen von Punkten und Strecken, um bestimmte Körper zu erzeugen. Um die Körper von allen Seiten betrachten zu können, geht der Benutzer um die Objekte herum bzw. bewegt die Kamera über den Körper.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Touchgesten zum Erstellen und Verändern von Punkten, Flächen und Körpern.

Die Erstellung von Punkten und Strecken, die beim Kennenlernen der App noch eigene Handlungen sind, werden mit der Zeit zu Operationen, die ohne weiteres Nachdenken möglich sind.

Auch können zahlreiche Tätigkeiten mit der Zeit zu Operationen werden: So kann sich beispielsweise das Erstellen eines Quadrats, das zu Beginn die Hauptaufgabenstellung und eine Tätigkeit war, später beim Konstruieren eines Würfels bereits zu einer Operation entwickelt haben.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Die App unterstützt den Erwerb räumlichen Vorstellungsvermögens gut. Insbesondere die Komponente Visualization wird hier sehr gut gefördert, da alle Körper im Vergleich zu anderen Apps beliebig manipuliert werden können.

Dadurch, dass keinerlei Flächen oder Körper als Vorauswahl zur Verfügung gestellt werden, sondern nur die Beziehungen einzelner Strecken zueinander verändert werden können, fördert die App das Verständnis für die Eigenschaften der verschiedenen Körper bei den SuS.

Das Erstellen von Körpern ist allerdings sehr aufwendig, da der Benutzer immer mit der Platzierung einzelner Punkte beginnen muss und die App beispielsweise keine regelmäßigen Polygone als Vorauswahl zur Verfügung stellt. Dies birgt jedoch auch einen großen Vorteil: Die SuS müssen sich immer wieder die Eigenschaften der ebenen Flächen und der Körper bewusst machen, um diese zu erstellen, da sie nicht von der App vorgegeben werden. Dadurch prägen sich die Eigenschaften der Flächen und Körper rasch in das Wissen der SuS ein.

Der Aufbau der App impliziert sogar schon den Aufbau der axiomatischen Geometrie, da nicht einfach beliebig Strecken, Flächen oder Körper erstellt werden können, sondern der Benutzer immer zuerst Punkte erstellen muss. Dementsprechend kann auch mit Flächen erst interagiert werden, wenn die benötigten Strecken vorhanden sind. Beim Erstellen geometrischer Körper müssen die SuS

außerdem die Beziehungen zwischen verschiedenen Elementen nutzen: Sie müssen rechte Winkel, gleichlange Strecken, parallele Strecken, usw. verwenden, um ihren Wunschkörper gezielt zu erstellen.

Für die Grundschule ist die App allerdings deutlich zu anspruchsvoll, da in diesem Alter die Beziehungen zwischen Punkten, Strecken, Flächen und Körpern oft noch nicht analytisch betrachtet werden, sondern die Körper und Flächen als Ganzes mit gewissen Eigenschaften. In der weiterführenden Schule kann sie aber gewinnbringend eingesetzt werden und die SuS für Körpereigenschaften und den Aufbau der Geometrie sensibilisieren.

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Die im Folgenden erwähnten Einsatzmöglichkeiten beziehen sich explizit auf eine Verwendung in der weiterführenden Schule, da die App für die Grundschule zu anspruchsvoll ist.

Verwenden die SuS die App eigenaktiv, sind Vorkenntnisse nötig und sie sollte eher als Übungsapp eingesetzt werden. Sie kann aber auch als Einführung ins Thema genutzt werden, wenn die Lehrkraft Flächen oder Körper vorbereitet oder aber die Erstellung von Körpern präsentiert.

Wie bei allen Apps beeinflussen die Aufgaben- und Problemstellungen der Lehrkraft den Nutzen der App. Sobald das Platzieren von Punkten und das Konstruieren von Strecken von den SuS bewältigt wird, könnte eine mögliche Aufgabenstellung zu Beginn das Konstruieren eines Quadrats sein. Im Anschluss können die verschiedenen Vorgehensweisen verglichen werden: die Konstruktion ist sowohl über die Nutzung rechter Winkel als auch die Konstruktion paralleler Linien möglich. Als Differenzierung könnten stärkere SuS ein „stehendes“ Quadrat (also nicht auf der Tischebene) konstruieren. Die Bewältigung solcher Aufgaben kann gut in Partner- oder Gruppenarbeit stattfinden, da sich die SuS so gegenseitig unterstützen können.

Ein mögliches größeres Projekt könnte sein, fünf oder zehn (schon bekannte) verschiedene Körper in den gespeicherten Konstruktionen zu sammeln. Hier findet eine natürliche Differenzierung statt, da die SuS die Komplexität ihrer Körper selbst bestimmen können.

Zudem kann die Lehrkraft selbst in der Unterrichtsvorbereitung Modelle erstellen und diese dann zur Veranschaulichung im Geometrieunterricht nutzen. Die App ermöglicht zudem eine real-time-Übertragung auf andere Geräte, sodass die SuS auf ihrem jeweiligen Endgerät alle Handlungen der Lehrkraft verfolgen können.

Als Material zur Einführung können außerdem drei vom Entwickler angebotene Tutorials auf YouTube genutzt werden.

3.7. Analyse der App GeoGebra AR

Name und Publikationsjahr:	GeoGebra Augmented Reality	2018
(2017)		
Entwickler der App:	GeoGebra GmbH (International GeoGebra Institute)	
Voraussetzungen:	iOS 11.0 oder neuer	
Kosten:	kostenlos	
Zusatzmaterial:	Website des Entwicklers und youtube-Video	
Eignung für die Grundschule:	mäßig geeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Der Benutzer kann mathematische Objekte beliebig im Raum platzieren, um sie herumlaufen und Screenshots aus allen Perspektiven anfertigen. Aufgabenstellungen unterstützen die Erforschung von Mathematik in der realen Welt. Die App soll zunächst das Potential von AR ausleuchten und später weiterentwickelt werden.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

SuS können verschiedene virtuelle geometrische Körper in ihrer realen Umgebung platzieren und diese durch Bewegung im Raum von allen Seiten betrachten. Aufgabenstellungen zur Anfertigung von Screenshots aus bestimmten Perspektiven ermöglichen den SuS eine gezielte Fokussierung auf bestimmte Eigenschaften der Objekte.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, | |

Im Menü können die Unterpunkte *Grundkörper*, *Penrose-Dreieck*, *Sierpinsky-Pyramide*, *Fußball*, *3D-Funktionsgraphen*, *Kleinsche Flasche*, *Regelfläche* und *Wendeltreppe* ausgewählt werden (1). Nach Auswahl einer dieser Optionen kann der entsprechende Körper in der realen Umgebung platziert werden. Für die Grundschule relevant ist zunächst nur der Unterpunkt *Grundkörper*. Eine Betrachtung der anderen Gebilde (außer die Funktionsgraphen) kann zwar erwogen werden, jedoch

eher mit den leistungsstärkeren SuS und als über den Bildungsplan hinausgehenden Exkurs. Daher wird hier hauptsächlich der Unterpunkt *Grundkörper* betrachtet (4).

Hat man diesen Unterpunkt gewählt, platziert man durch ein Tippen auf den Touchscreen automatisch 16 geometrische Körper im Raum: u.a. die 5 platonischen Körper, verschiedene Pyramiden und Prismen sowie eine Kugel (1) (vgl. Abb. 20). Die Körper erscheinen als *Vollmodelle* (2). Der Benutzer kann sich um die Körper herumbewegen und diese von allen Seiten betrachten (1). Durch die 2-Finger-Bewegung, die üblicherweise für die Funktion „Zoomen“ verwendet wird, können auch hier die Körper vergrößert bzw. verkleinert werden. Die Rotation der Körper geschieht durch die Kreisbewegung zweier Finger im gleichen Richtungssinn (1). Bei der Betrachtung der Grundkörper geschehen diese Rotationen oder Größenänderung allerdings stets mit der Gesamtheit aller 16 gezeigten Körper (1) (2).

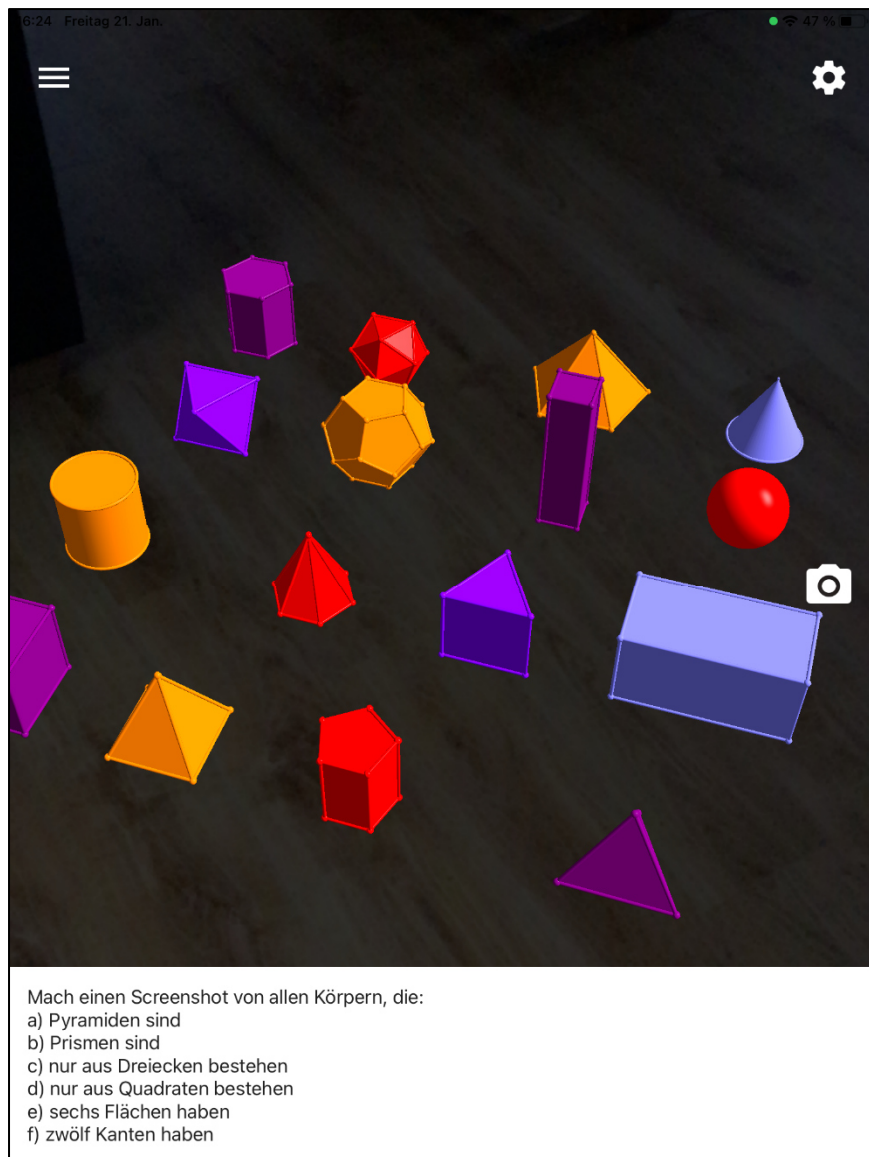


Abbildung 20

Es ist möglich, im „normalen“ AR-Modus zu arbeiten (d.h. die reale Umgebung wird wie von der Kamera aufgenommen gezeigt), die reale Umgebung verdunkelt anzeigen zu lassen (vgl. Abb. 20) oder sie vollständig auszublenden und nur mit schwarzem Hintergrund zu arbeiten (2).

Es erscheint unter den Körpern eine Aufgabenstellung (vgl. Abb. 20). Der Benutzer wird also dazu aufgefordert, sich auf verschiedene Aspekte der Körper zu konzentrieren und diese zu erforschen (4). Dabei werden verschiedene Möglichkeiten genutzt und entdeckt, die Körper zu klassifizieren: nach der Form der Flächen, nach der Anzahl von Flächen oder Kanten, oder auch nach Pyramiden und Prismen (4).

Als Tiefenreize werden Verdeckungen sowie Licht und Schatten (also eine unterschiedliche Einfärbung der einzelnen Seiten eines Körpers) genutzt (5). Teilweise erfasst die App die Bewegungen des Geräts nicht korrekt und führt zu einem „Zittern“ oder ständigen Verschieben der angezeigten Körper (5).

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Tätigkeiten: Motive der SuS sind, die von der App gestellten Aufgaben zu bewältigen bzw. von der Lehrkraft gestellte Aufgaben zu bearbeiten oder neue Körper frei erkunden. An diesem Motiv orientierte Interaktionen der SuS sind das genaue Untersuchen der Körper und das Betrachten aus verschiedenen Perspektiven, um die geforderten Screenshots anfertigen zu können.

Handlungen: Um die Körper von allen Seiten betrachten zu können, geht der Benutzer um die Objekte herum bzw. bewegt die Kamera über, unter oder in die Körper. Alternativ können diese vergrößert bzw. gedreht werden. Auch das Anfertigen der Screenshots zählt dazu.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Touchgesten zum Zoomen oder Drehen.

Das Anfertigen der Screenshots wird bei den SuS mit der Zeit zu Operationen, für die kein weiteres Nachdenken erforderlich ist. Umgekehrt können für SuS, die wenig Erfahrung mit digitalen Medien haben, die Touchgesten zunächst zu den Handlungen gehören und erst in einem späteren Stadium zu Operationen werden.

Das Untersuchen eines Körpers auf gewisse Eigenschaften steht zu Beginn im Zentrum der Aufmerksamkeit. Diese Tätigkeiten können jedoch im Laufe der Zeit zu Handlungen werden und somit können neue Tätigkeiten hinzukommen, beispielsweise das Vergleichen mehrerer Körper miteinander und die Einteilung in verschiedene Klassen.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Die App regt dazu an, dem Benutzer bereits bekannte oder noch unbekannte geometrische Körper genauer auf ihre Eigenschaften zu untersuchen. Durch die Präsentation ungewöhnlicher Körper werden die SuS motiviert und zu zahlreichen kopfgeometrischen Überlegungen angeregt. Ein Beispiel hierfür ist der Unterpunkt *Wendeltreppe*, bei dem der Benutzer einen Screenshot mit Kreisen machen soll, oder das *Penrose-Dreieck*. Die SuS müssen hier überlegen, welche Perspektive sie für einen solchen Screenshot einnehmen müssen (vgl. Abb. 21).

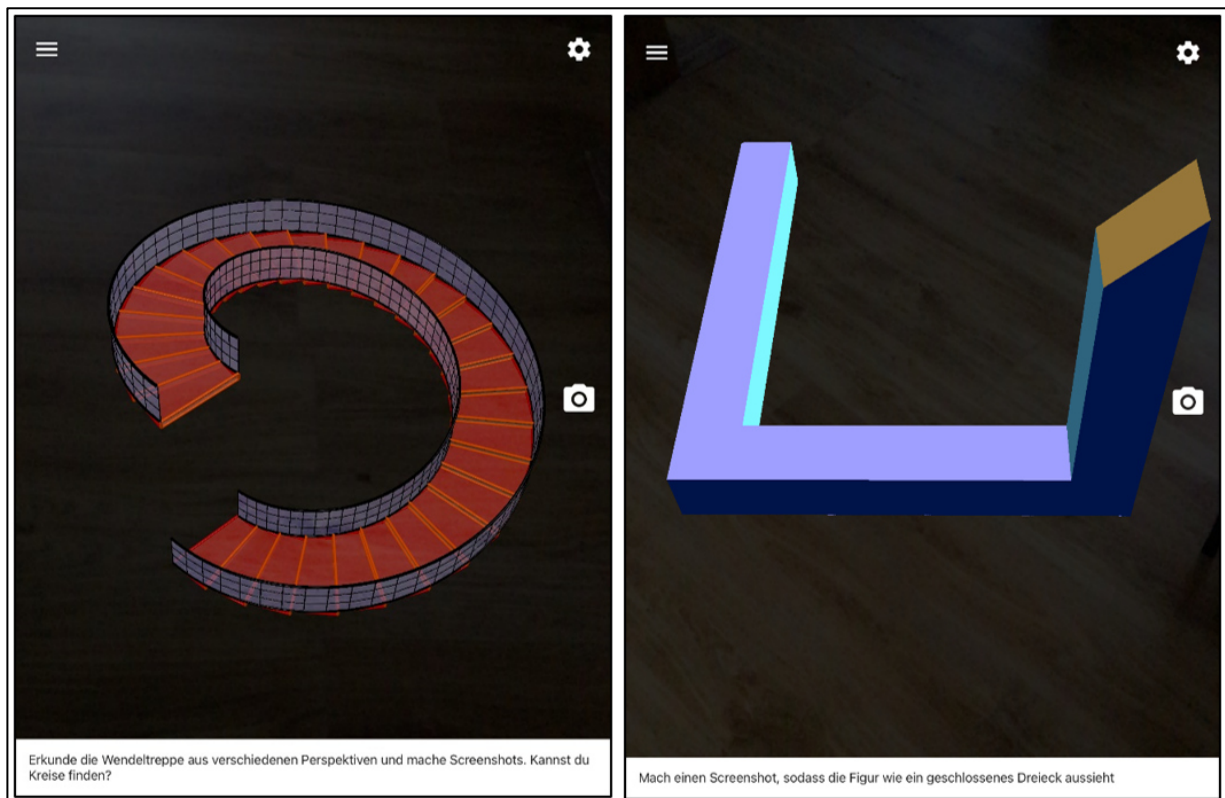


Abbildung 21

Die App ist allerdings nicht grundschulgeeignet, da sie erstens ein hohes Abstraktionsniveau erfordert, das Grundschulkinder oft noch nicht mitbringen, und zweitens Wissen erfordert, das im Geometrieunterricht der Grundschule noch kein Thema ist. Beispielsweise werden Prismen und Pyramiden in Grundschulunterricht nur anhand exemplarischer Repräsentanten (gerade Prismen mit gleichseitigen Dreiecken als Grundfläche und gerade Pyramiden mit gleichseitigem Drei- oder Viereck als Grundfläche) betrachtet. Daher ist nicht davon auszugehen, dass die SuS beispielsweise den Würfel und Quader als Prisma erkennen. Die Aufgaben in GeoGebra AR eignen sich eher für die weiterführende Schule. Unabhängig von den von GeoGebra bereitgestellten Aufgaben können natürlich auch nur die einzelnen Körper betrachtet werden, dafür eignen sich andere Apps aber deutlich besser.

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Da die App nicht grundschulgeeignet ist, werden hier nur einige kurze Anregungen für den Unterricht in höheren Klassenstufen gegeben: Die App eignet sich entweder zur Vertiefung bereits erlernten Wissens oder zur genaueren Untersuchung bereits bekannter Körper (Unterpunkt *Grundkörper*) oder zur Entdeckung und Erforschung noch unbekannter Körper. Wird die App in der Klassensituation verwendet, sollte die Lehrkraft eine Kontrolle ermöglichen, da in der App zwar die Aufgabenstellung, aber keine Kontrollmöglichkeit enthalten ist. Besser noch als eine einfache Kontrolle wären gemeinsame Gespräche, da die präsentierten geometrischen Körper viel Diskussionspotenzial bieten und ein Verbalisieren ihrer Eindrücke und Erkenntnisse für den Lernprozess der SuS sehr wichtig ist.

3.8. Analyse der App Geometria RA (Pro)

Name und Publikationsjahr:	Geometria RA (Pro)	2020
Entwickler der App:	AllMake	
Voraussetzungen:	Android 4.2 oder neuer	
Kosten:	1,09€	
Zusatzmaterial:	Zehn ausgedruckte Marker	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App soll Lehrkräfte und SuS im Geometrieunterricht bei der Erkundung dreidimensionaler Körper unterstützen.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Auf zehn Markern sind die Körpernetze dreidimensionaler Körper abgebildet. Die App zeigt die zugehörigen Körper als virtuelle Objekte im realen Raum. Durch die Visualisierung des Faltvorgangs soll das räumliche Vorstellungsvermögen gefördert werden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Zur Nutzung der App müssen zunächst zehn Marker für die zehn zur Verfügung stehenden Körper ausgedruckt werden. Die Marker enthalten einen QR-Code, den Namen der Körper sowie die Abbildung des dazugehörigen Körpernetzes (2). Auf den Markern der Rotationskörper ist zusätzlich eine „Konstruktionsanleitung“ enthalten (vgl. Abb. 22).

Um einen Körper zu untersuchen, muss der Benutzer die Kamera auf einen der Marker richten (1). Die App platziert dann den virtuellen Körper so in der realen Umgebung, dass dieser scheinbar auf dem Marker zum Liegen kommt (2). Da die korrekte Erfassung der Marker durch die App nicht gut ist und häufig nicht funktioniert, besteht nicht die Möglichkeit, den Marker anzuheben, zu kippen oder zu drehen (1).

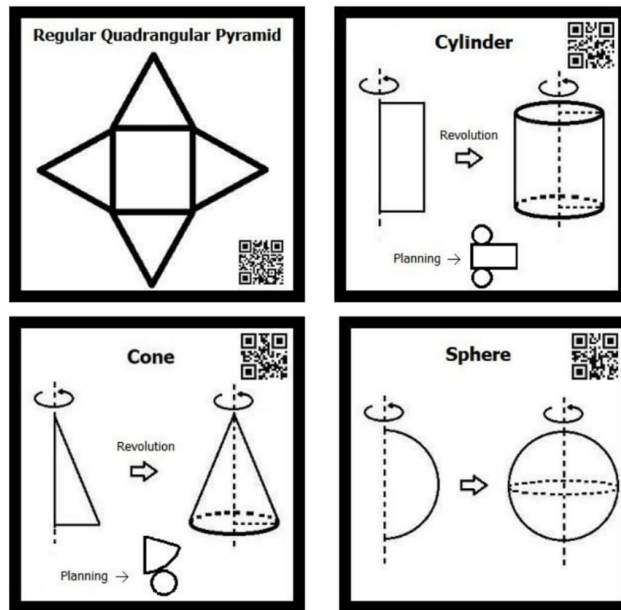


Abbildung 22

Die Körper werden automatisch mit Buchstaben zur Bezeichnung einzelner Kanten oder Strecken versehen (2) (vgl. Abb. 23). Werden nur körpereigene Kanten benannt, so erscheint der Körper als Vollmodell (d.h. nichttransparent), wird zusätzlich die Höhe des Körpers dargestellt, so erscheint der Körper als Flächenmodell (d.h. transparent) (2) (3) (vgl. Abb. 23).

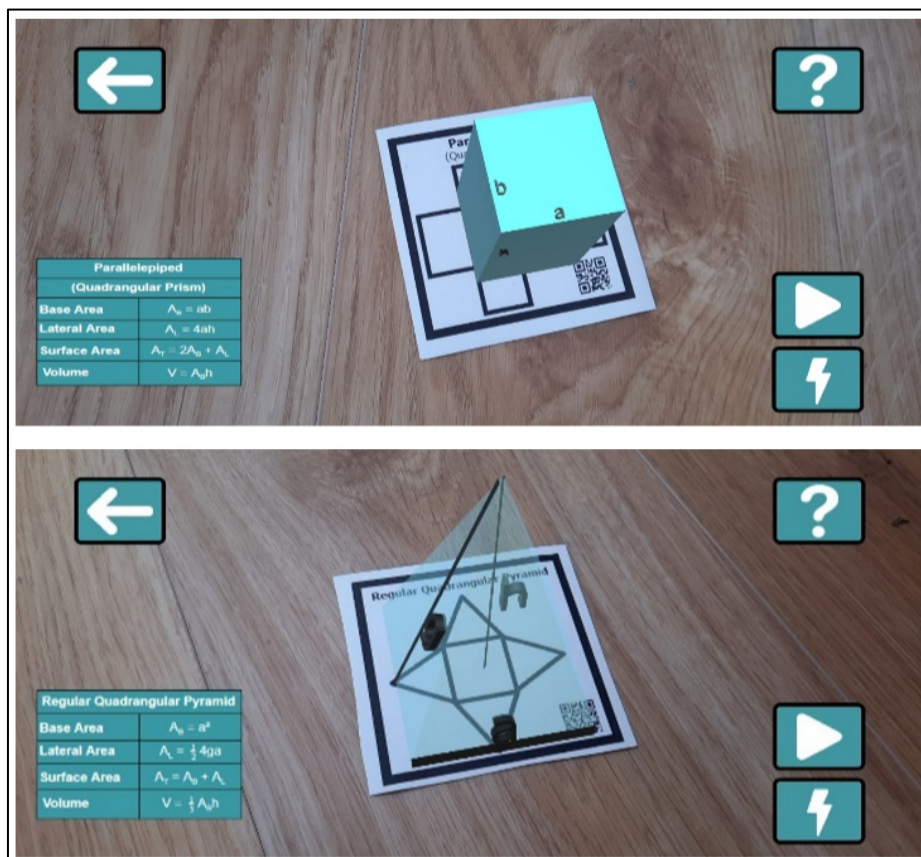


Abbildung 23

Gemeinsam mit der Einblendung eines Körpers erscheint stets ein Informationsfeld, in dem der Name des Körpers sowie die Formeln zur Berechnung seiner *Grundfläche*, seiner *Mantelfläche*, seiner *gesamten Oberfläche* und seines *Volumens* (2). Dies ermöglicht den SuS, die Formeln nicht nur auswendig zu lernen, sondern direkt am Objekt mit den entsprechenden Kanten und Flächen zu verknüpfen (4). Die Formeln sind aber nicht für den Grundschulunterricht geeignet.

Tippt der Benutzer auf das Play-Symbol, so wird der Faltvorgang des Körpers visualisiert (1). Die Geschwindigkeit lässt sich nicht beeinflussen, ebenso kann der Faltvorgang nicht pausiert werden oder das Netz angeschaut werden (2). Dieses kann allerdings direkt auf den Markern angesehen werden. Die einzelnen Flächen sind während des Faltvorgangs optisch nur schlecht voneinander abgegrenzt (5) (vgl. Abb. 24).



Abbildung 24

Interessant ist die Darstellungsart der Rotationskörper: Bei diesen findet kein Faltvorgang statt, sondern die Rotation einer Fläche um die Höhe des Körpers, die damit den Körper erzeugt (2). Dies könnte bei den SuS ein grundsätzliches Verständnis für die Rotationskörper verstärken (4) und ist im Sinne einer konstruktiven Begriffsbildung eine interessante Visualisierung, die bei keiner anderen App zu finden war.

Zwischenfazit

Außer der Durchführung des Faltvorgangs sind keine Interaktionen möglich. An den Körpern ist nichts veränderbar – weder in der Darstellung (also beispielsweise als Kanten- oder Flächenmodell bzw. als Körpernetz) noch in der tatsächlichen Manipulation einzelner Maße. Damit ist die App im Hinblick auf den Erwerb von fachmathematischen Kompetenzen nicht hilfreich: Da die SuS kaum mit den dargestellten Körpern interagieren können und nicht zu Erkundungen und Entdeckungen angeregt werden, ist die App ungeeignet zur Vermittlung des mathematischen Objektes. Zudem ist die Einblendung der Formeln für den Grundschulunterricht unbrauchbar und wirkt eher störend. Schritt 4 und 5 der Analyse werden daher hier nicht mehr ausgeführt.

3.9. Analyse der App Geometry AR

Name und Publikationsjahr:	Geometry AR	2021
Entwickler der App:	Sayat Makhanbet und Aigul Abildaeva	
Voraussetzungen:	Android 7.0 oder neuer	
Kosten:	Buchpreis	
Zusatzmaterial:	zugehöriges Buch	
Eignung für die Grundschule:	?	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App funktioniert zusammen mit dem dazugehörigen Buch, in dem Marker für die AR-Anwendung enthalten sind. Die SuS können Wissen zu geometrischen Körpern erwerben.

Anmerkung:

Leider konnte die Autorin trotz Internetrecherche das zur App gehörige Buch nicht ausfindig machen. Aus den im *Play Store* veröffentlichten Bildern lässt sich schließen, dass das Buch derzeit nur auf Russisch erhältlich ist.

Eine Analyse der App konnte somit leider nicht erfolgen, die App ist jedoch der Vollständigkeit halber hier erwähnt, da sie SuS geometrisches Wissen und Verständnis mithilfe von AR-Technologie vermitteln möchte.

3.10. Analyse der App Geometry AR

Name und Publikationsjahr:	Geometry AR	2021 (2017)
Entwickler der App:	Ventura Educational Systems	
Voraussetzungen:	iPadOS 12.0 / iOS 12.0 / macOS 11.0 oder neuer	
Kosten:	1,99€	
Zusatzmaterial:	---	
Eignung für die Grundschule:	mäßig geeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App stellt 25 verschiedene geometrische Objekte zur Auswahl, die der Benutzer mithilfe der AR-Technologie von allen Seiten betrachten kann, indem er sich um die Flächen oder Körper herumbewegt. Zudem können Informationen zu den Objekten als geschriebener oder vorgelesener Text abgerufen werden.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Geometrische Konzepte werden mithilfe der AR-Technik für den Benutzer dreidimensional erforschbar dargestellt. Die App enthält sowohl Basiselemente (Punkt, Gerade, Winkel, Parallelen) als auch ebene Flächen und regelmäßige Körper. Auch komplexe Flächen und Körper (Torus, Parabel und Hyperbel), die über den Geometrieunterricht der Grundschule hinausgehen, können ausgewählt werden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Öffnet man die App, schaltet sich automatisch die Kamera ein und die Tools zum Bedienen der App werden eingeblendet (vgl. Abb. 25).

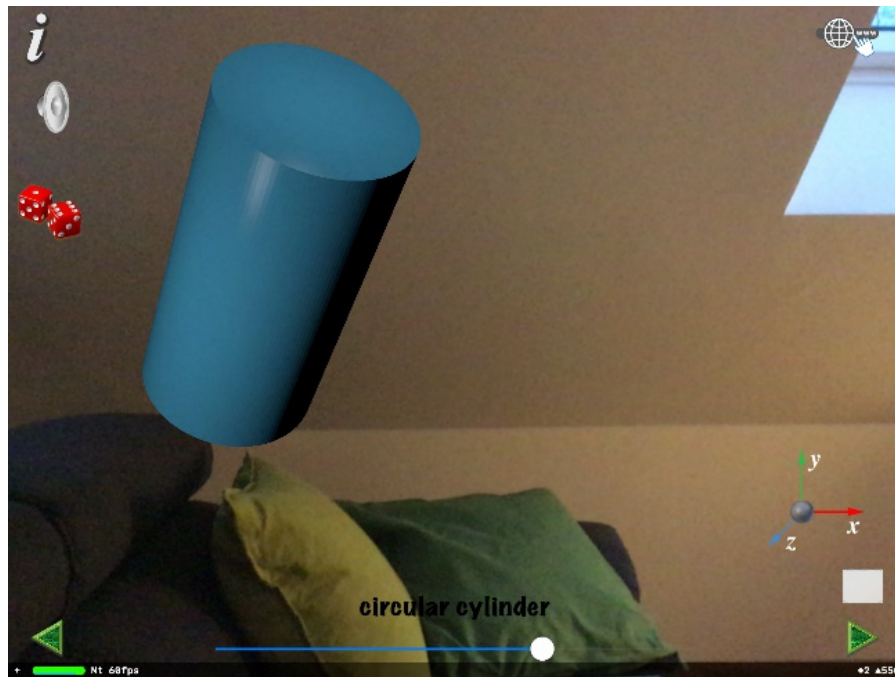


Abbildung 25

Folgende Aktivitäten sind möglich (1):

- *Körper auswählen*: Durch Wischen über den *Schieberegler* können die verschiedenen Objekte ausgewählt werden. Alternativ kann durch ein Antippen des *Würfel-Symbols* auch ein Objekt zufällig durch die App ausgewählt werden (1).
- *Lautsprechersymbol*: Durch Antippen wird der korrekte Name des Objekts vorgelesen (1).
- *Notizblocksymbol*: Ein Tippen auf das Notizblock-Symbol öffnet eine Erklärung des jeweiligen Objekts; bei angeschaltetem Ton wird diese laut vorgelesen (1), (2). Die Erläuterungen zu einem Objekt können aus der Nennung von Unter- und Oberbegriffen oder aus einer Konstruktionsanleitung bestehen (2) (3). Die Informationen sind teilweise auf mehrere „Notizblockseiten“ aufgeteilt, sodass SuS nicht mit einem langen Informationstext konfrontiert werden, sondern die Erläuterungen stückweise aufnehmen können (2) (4).
- *Rotation*: Hier kann der Benutzer den dargestellten Körper um die x-, y- und z-Achse des kartesischen Koordinatensystems rotieren lassen (genauere Erklärung s.u.).

Es kann immer nur ein Objekt zeitgleich dargestellt werden, der direkte Vergleich zwischen zwei verschiedenen Körpern oder eine gezielte Betrachtung des Zusammenhangs zwischen Flächen und Körpern ist daher nicht möglich (4).

Der Benutzer hat nun die Möglichkeit, mit der Kamera um das Objekt herumzugehen. Dieses wird stets als *Vollmodell* angezeigt ohne besondere Hervorhebung von Ecken und Kanten (2). Der dreidimensionale Eindruck wird durch Lichtreflexionen, Licht und Schatten sowie unterschiedliche Farbschattierungen erzeugt (5).

Erwähnenswert ist hier, dass die ausgewählten Flächen streng genommen immer als sehr flache dreidimensionale Körper dargestellt werden, also eine gewisse Dicke aufweisen (vgl. Abb. 26a). Auch Punkte und Linien(segmente) werden als Kugeln bzw. unendlich hohe Zylinder angezeigt (vgl. Abb. 26b). Dies ist streng mathematisch nicht korrekt, im Sinne einer didaktischen Reduktion aber vertretbar (2).

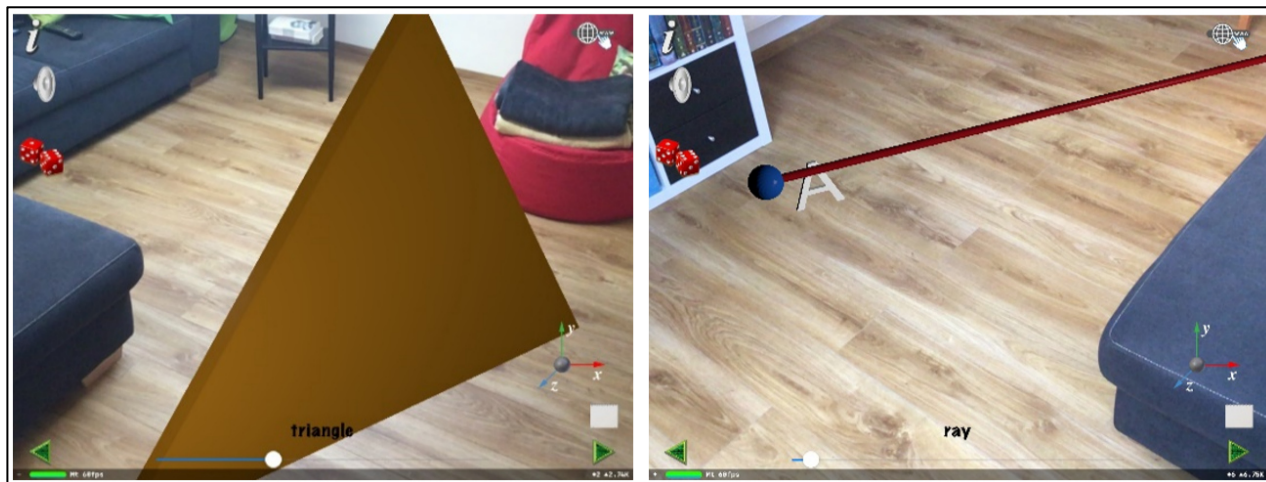


Abbildung 26 a und b

Die App enthält außerdem ein Symbol mit den drei Achsen des kartesischen Koordinatensystems (x-, y- und z-Achse), bei dem der Ursprung als grauer Punkt dargestellt ist. Durch Tippen auf eine dieser Achsen beginnt der angezeigte Körper langsam um eine gedachte Gerade zu rotieren, die durchs Zentrum dieses Körpers geht und parallel zur ausgewählten Achse verläuft. Durch mehrmaliges Antippen derselben Achse wird die Bewegung schrittweise beschleunigt. Sobald man auf den Ursprung tippt, friert der Körper wieder in der dann erreichten Position ein. Die Rotationen um die drei Achsen können beliebig miteinander kombiniert werden, auch in jeweils verschiedenen Geschwindigkeiten pro Achse (1) (2). Die Funktionsweise dieses Symbols ist nicht intuitiv, da der Benutzer zunächst davon ausgehen könnte, dass die Pfeile eine Verschiebung in die entsprechende Richtung bewirken. Hat man die Funktion jedoch einmal begriffen, lassen sich damit spannende Bewegungsabläufe erzeugen (4). Zugleich ermöglicht diese Art der Rotation den SuS ein intuitives Denken in den drei Raumrichtungen (oben/unten, vorne/hinten, rechts/links) (4).

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Tätigkeiten: Da die App selbst keine Aufgabenstellungen beinhaltet, ist das Motiv für die Tätigkeiten der SuS, die von der Lehrkraft gestellten Aufgaben zu bearbeiten oder (neue) Körper frei zu erkunden. An diesem Motiv orientierte Interaktionen der SuS sind das genaue Untersuchen der Körper (beispielsweise auf ihre Merkmale). Auch das Lesen der bereitgestellten Informationen zählt zu den Tätigkeiten.

Handlungen: Zur Untersuchung der Körper können die SuS diese zielgerichtet drehen oder sich selbst um die Körper herumbewegen. Sie können außerdem gezielt Informationen über die Körper abrufen.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Touchgesten zur Rotation der Körper und zum Aufrufen der Zusatzinformationen, wie auch die Wischgesten zur Nutzung des Schiebereglers bei der Auswahl von Körpern.

Für SuS, die wenig Erfahrung mit digitalen Medien haben, können die Touchgesten zunächst zu den Handlungen gehören und erst in einem späteren Stadium zu Operationen werden. Leider gibt es für Grundschulkinder keine anderen Handlungen, die zu Operationen werden könnten.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Zum Lernen oder Wiederholen von Fakten zu den Körpern ist die App gut geeignet. Die Erklärungen sind – bis auf die gelegentlich angegebenen Formeln zur Volumenberechnung – grundschulgerecht und meist fachmathematisch korrekt; teilweise finden sich didaktische Vereinfachungen.

Körpernetze sind nicht dargestellt und es gibt keine Möglichkeit, die Körper transparent darzustellen. Die ausschließliche Verfügbarkeit von Vollmodellen ohne besondere Hervorhebung von Kanten und Ecken trägt bei Grundschulkindern nicht dazu bei, die Körper mit ihren Netzen in Beziehung zu setzen oder gezielt die einzelnen Seitenflächen anzusehen. Auch lassen sich Körper nicht gut miteinander vergleichen, da stets nur ein Körper dargestellt wird.

Die spannende Möglichkeit, zyklische Bewegungsabläufe durch Rotationen um die verschiedenen Achsen zu erzeugen, bleibt bei Grundschulkindern vermutlich auf der Ebene von ziellosem Ausprobieren und Spielen. Bei einem Großteil der SuS reicht das abstrakte Vorstellungsvermögen noch nicht so weit, dass sie sich für die komplexe Kombination aus verschiedenen Rotationen interessieren würden, geschweige denn, diese verstehen könnten.

Verwendet man jedoch nur eine der Rotationsrichtungen kann dadurch die Komponente *Spatial Relations* der Raumvorstellung gefördert werden, da die statischen Objekte dynamischen Vorgängen von außen ausgesetzt sind. Die Gefahr, dass die Rotationsmöglichkeit bei Grundschüler*innen zu einem rein ablenkenden Faktor wird, ist allerdings hoch.

Diese App ist daher mehr dazu geeignet, Interesse bei den SuS zu wecken und sie zur Entdeckung von dreidimensionalen Körpern zu motivieren, als diese Entdeckungen dann tatsächlich mithilfe der App in Eigenarbeit zu machen. Eine Unterstützung des räumlichen Vorstellungsvermögens findet nur bedingt statt.

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Die App kann dazu genutzt werden, bei den SuS die Zuordnung von geometrischen Körpern und Flächen zu deren Namen zu festigen. Beispielsweise könnten die SuS den Würfel nutzen, um zufällig ein geometrisches Objekt anzeigen zu lassen, und dieses dann untersuchen und benennen. Dies würde allerdings besser funktionieren, wenn wahlweise Name oder Ansicht des Körpers vorübergehend ausgeblendet werden könnten und erst nach Anfrage sichtbar würden, sodass die SuS die Lösung nicht immer automatisch Augen haben.

Außerdem kann die App dazu genutzt werden, bei den Kindern Motivation und Lernfreude zu steigern.

Sie eignet sich gut dafür, das Wissen zu den einzelnen Körpern zu vertiefen und jeweils am gezeigten Objekt zu untersuchen. Der Vorteil ist hier, dass die SuS die Merkmale des Objekts in Textform und zugleich das Objekt selbst an einem Ort zugleich zu Verfügung stehen haben. Somit erwerben sie beim Textlesen nicht nur träges Wissen, sondern können dieses direkt am Objekt überprüfen und so ein Verständnis für die gelesenen Informationen erwerben.

3.11. Analyse der App Geometry Portal

Name und Publikationsjahr:	Geometry Portal	2021 (2018)
Entwickler der App:	Ventura Educational Systems	
Voraussetzungen:	iOS (iPadOS 11.2 / macOS 11.0 oder neuer)	
Kosten:	1,99€	
Zusatzmaterial:	---	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App kreiert ein virtuelles, ca. 4x7m großes „Geometrieportal“, in dem zahlreiche Informationen aus dem Fachbereich Geometrie zur Verfügung gestellt werden. Der Benutzer kann sich durch mehrere virtuellen Räume bewegen und gezielt Informationen zu bestimmten mathematischen Sachverhalten abrufen sowie dreidimensionale Körper von mehreren Seiten betrachten.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Die App stellt einerseits grundlegende und grundschulgeeignete Informationen zu den *Basic Concepts* aus der Geometrie (Punkt, Strecke, Winkel, etc.), zu den *Basic Shapes* (Dreieck, Parallelogramm, etc.) und den *Basic Solids* (Würfel, Pyramide, etc.) bereit. Zugleich werden aber auch Inhalte des Geometrieunterrichts der Sekundarstufe – beispielsweise die verschiedenen Schnittflächen durch einen Kegel (Ellipsen) oder das Vorgehen sowie die Formeln zur Berechnung von Flächen- und Rauminhalten – zur Verfügung gestellt. Ebenso wird bereits mit Koordinatensystemen gearbeitet.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Der Benutzer muss zunächst innerhalb der App mit der Kamera eine ebene Fläche (sinnvollerweise den Boden) in der realen Welt erfassen. Auf dieser Fläche blendet die App ein „Geometrieportal“ ein.

Dieses besteht aus drei Räumen, auf deren Wänden Informationen zu verschiedenen geometrischen Themenbereichen zu finden sind. Zudem schweben dreidimensionale Körper in den Räumen. Sowohl diese Körper als auch die Raumwände können angetippt werden, woraufhin sich in der App Fenster mit weiterführenden Informationen öffnen (1) (2). Das Lernen wird akustisch unterstützt, indem die Informationen stets vorgelesen werden (sofern der Ton eingeschaltet ist) (2).

Der Aufbau der Räume folgt den aufeinander aufbauenden Inhalten der Geometrie: So finden sich an einer Wand grundlegende Begriffe zur Geometrie, an einer anderen Wand wird die Flächenberechnung von Dreiecken und Rechtecken erläutert und darauf aufbauend auf der nächsten Wand die Flächenberechnung von anderen Formen wie Parallelogramm oder Trapez (3).

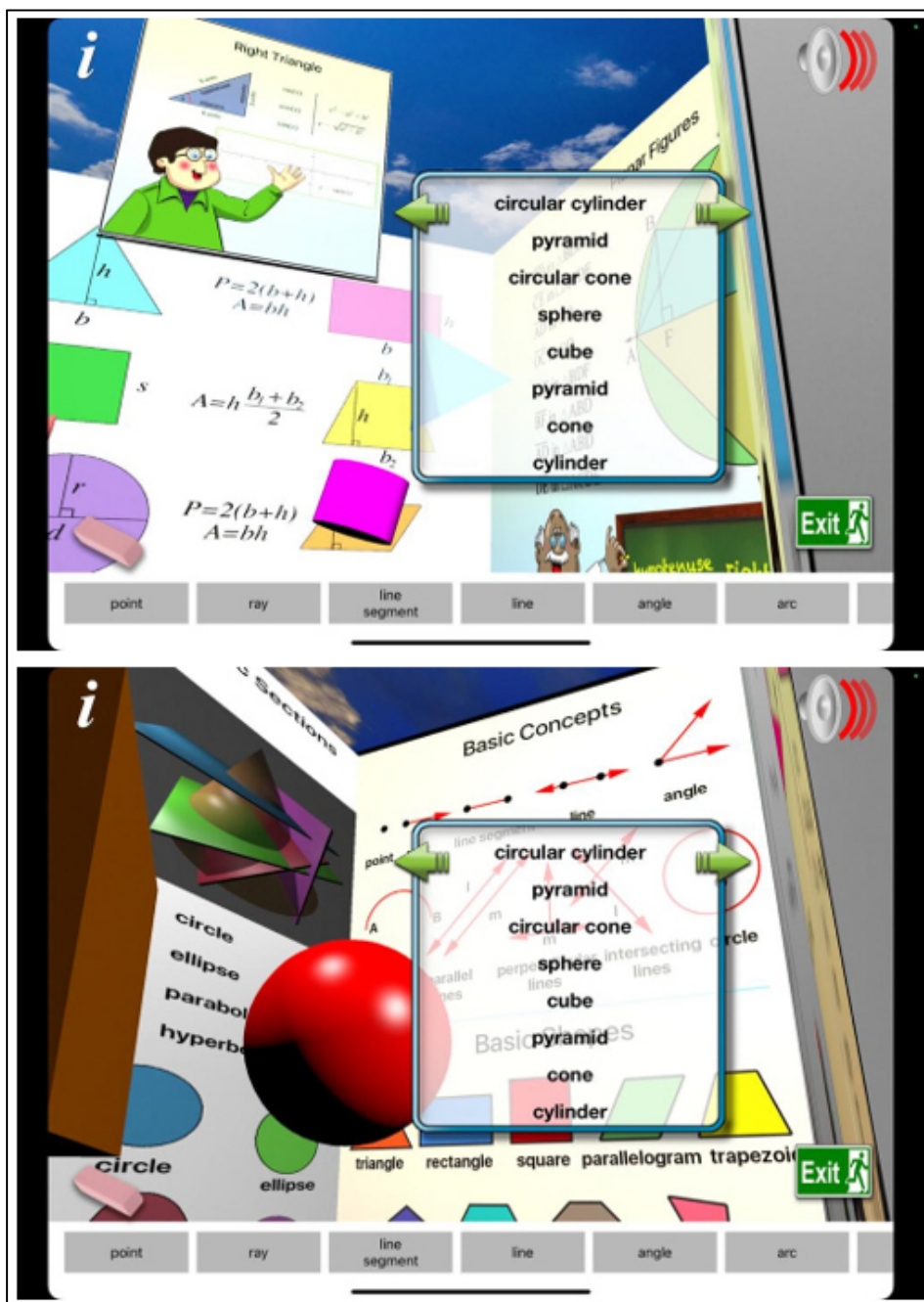


Abbildung 27

Die SuS können durch die bereitgestellten Informationen zwar einen Wissenszuwachs erlangen, tatsächliche Erfahrungen können die SuS jedoch nicht durch eigene Handlungen sammeln (4).

Obwohl die App als AR-App ausgeschrieben ist, handelt es sich streng genommen um eine VR-App: Sobald der Benutzer das Geometrieportal einmal betreten hat, sind nur noch virtuelle Objekte sichtbar, die die reale Welt komplett überlagern (5).

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Die SuS können sich zwar durch das Portal bewegen, allerdings wird diese Bewegung lediglich genutzt, um geometrische Vollmodelle von allen Seiten ansehen zu können und an physisch verschiedenen Orten unterschiedliche Informationen abzurufen. Dies kann zwar den Lernprozess unterstützen, da die Informationen von den SuS möglicherweise mit virtuellen Orten verknüpft werden und dadurch besser und leichter abrufbar sind; und auch Interesse und Motivation der SuS können dadurch gesteigert werden. Die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens schult diese App aber nicht stärker als analog zur Verfügung gestellte Lernmaterialien. Da sich die Aktivität der SuS lediglich auf das Abrufen von Informationen durch Antippen beschränkt, finden im strengen Sinne keine Tätigkeiten oder Handlungen statt, sondern nur Operationen.

Da es sich bei der App zudem mehr um eine VR-App als um eine AR-App handelt, und die Inhalte kaum grundschulgeeignet sind, wird die Analyse der App hier nicht weiter fortgeführt.

3.12. Analyse der App Platonic AR

Name und Publikationsjahr:	Platonic AR	2018
Entwickler der App:	Almas Tuyakbayev	
Voraussetzungen:	iOS 11.0 oder neuer	iPad, iPhone, iPod touch
Kosten:	kostenlos	
Zusatzmaterial:	---	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Anmerkung:

Zum Zeitpunkt der Abgabe der vorliegenden Arbeit war die App bereits nicht mehr im *App Store* verfügbar. Vermutlich wurde sie aufgrund der unten beschriebenen Mängel entfernt.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Das mathematische Objekt der App sind als Flächenmodell dargestellte geometrische Körper.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte | |

Beim Öffnen der App wird automatisch die Kamera eingeschaltet und zwei Menü-Leisten eingeblendet: Ein mit geometrischen Körpern zum Auswählen, eine zur Bearbeitung und Veränderung der ausgewählten Körper (1).

In der ersten Menüleiste finden sich die Körper *Würfel*, *Quader*, *Dreieckprisma*, *Kugel*, *Zylinder*, *Viereck-* und *Dreieckpyramide*, *Kegel*, *Kegelstumpf* und *Tetraeder*. Tippt der Benutzer einen der Körper an, wird dieser von der App in die reale Umgebung eingeblendet. Da die App den Körper stets mittig im Kameraausschnitt platziert, kann der Benutzer den Ort der Einblendung beeinflussen, indem er die Kamera des Endgeräts vor dem Platzieren auf die gewünschte Stelle richtet (1). Wird die Kamera nach der Platzierung weiterbewegt, verbleibt der Körper am gewählten Ort.

Der ausgewählte Körper wird als *Flächenmodell* mit transparenten hellen Flächen und schwarz abgehobenen Kanten und hervorgehobenen Ecken dargestellt (2) (vgl. Abb. 28a). Damit können die

SuS Ecken, Kanten und Flächen in dieser Darstellung alle gut gezielt untersuchen (4). Es können auch mehrere Körper gleichzeitig ausgewählt werden (2) (vgl. Abb. 28b).

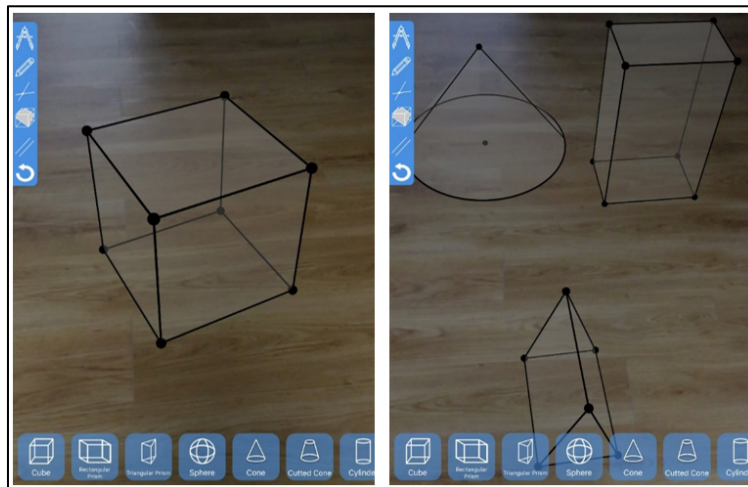


Abbildung 28 a und b

Mit der zweiten Menüleiste sollen vermutlich Manipulationen an den Körpern vorgenommen werden können. Leider konnten diese Funktionen auch nach mehrmaligem Ausprobieren mit verschiedenen Endgeräten nicht von der Autorin verwendet werden – vermutlich ist die App nicht fertig programmiert oder funktioniert aus einem anderen Grund nicht. Nur das erste Symbol dieser Menüleiste (der Zirkel) bietet dem Benutzer die Möglichkeit, die Größe des dargestellten Körpers zu verändern (vgl. Abb. 29). Die Größe ist in Zentimetern angegeben und dementsprechend der realen Umgebung angepasst.

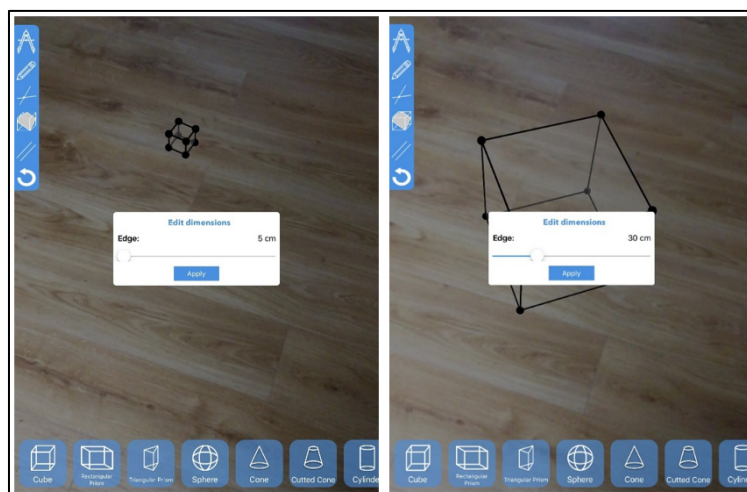


Abbildung 29

Häufig treten in der App Probleme beim Erkennen der Umgebung auf, wodurch der platzierte Körper teilweise ständig „wackelt“ oder sich gar aus dem Sichtfeld hinausschiebt und verschwindet (5).

Aufgrund der genannten technischen Probleme und der fehlenden Interaktionsmöglichkeiten wird die Analyse der App nicht weiter fortgeführt.

3.13. Analyse der App Shapes – 3D Geometrie Lernen

Name und Publikationsjahr:	Shapes – 3D Geometrie Lernen	2019 (2012)
	aus dem Shapes 3D – Geometry bundle	
Entwickler der App:	Learn Teach Explore Sp. Z o.o.	
Voraussetzungen:	iOS 8.0 oder neuer	iPad, iPhone, iPod touch
Kosten:	4,99€	
Zusatzmaterial:	Website des Entwicklers (Videos, etc.)	
Eignung für die Grundschule:	gut geeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Die App eignet sich zum Lernen, Lehren und Entdecken von dreidimensionalen Körpern und hilft beim Verständnis für deren Aufbau und Eigenschaften.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Das mathematische Objekt der App sind geometrische Körper und ihre Merkmale. Die App wurde ursprünglich entwickelt, um Lehrkräfte im Geometrieunterricht zu unterstützen, kann jedoch ebenso gut zum eigenaktiven Entdecken und Erforschen seitens der SuS genutzt werden. Die 27 Körper sind aufgeteilt in Prismen, Pyramiden, Rotationskörper und platonische Körper. Durch zahlreiche verschiedene Anzeigoptionen können die verschiedenen Eigenschaften und Merkmale untersucht werden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte | |

Es stehen die vier Körperfamilien *Prismen*, *Rotationskörper*, *Pyramiden* und *Platonische Körper* zur Auswahl (3) und sind im Hauptmenü bereits mit prototypischen Repräsentanten visualisiert (1) (2). Der Benutzer kann sich zunächst durch Antippen für eine dieser Körperfamilien entscheiden und gelangt dadurch in die entsprechende Auswahl an konkreten einzelnen Körpern (1). Hier kann mithilfe seitlicher Wischbewegungen durch die zur Verfügung stehenden Körper gescrollt werden, die alle mit Namen und Darstellung abgebildet sind.

Zudem befindet sich in dieser Körperaushwahl unten eine Leiste, in der die einzelnen Grundflächen – bzw. im Falle der Rotationskörper die Seitenansichten – der Körper angezeigt werden (2) (vgl. Abb. 30). Auch durch ein Tippen auf diese „Flächensymbole“ können die konkreten Körper angewählt werden (1). Diese Darstellung ermöglicht den SuS bereits ganz zentrale Entdeckungen: Nämlich, dass ein Körper eindeutig zugeordnet werden kann, wenn die Körperfamilie sowie die Grundfläche (bzw. die Seitenansicht) definiert sind (wobei hier selbstverständlich die schiefen Körper ausgenommen sind und nur gerade Körper betrachtet werden!) (4). Auch müssen sie zunächst einmal den Zusammenhang zwischen den zur Auswahl stehenden Körpern und den unten angezeigten Flächen herstellen, was gerade im Falle der Rotationskörper spannend ist und eine gewisse Abstraktion erfordert (4).

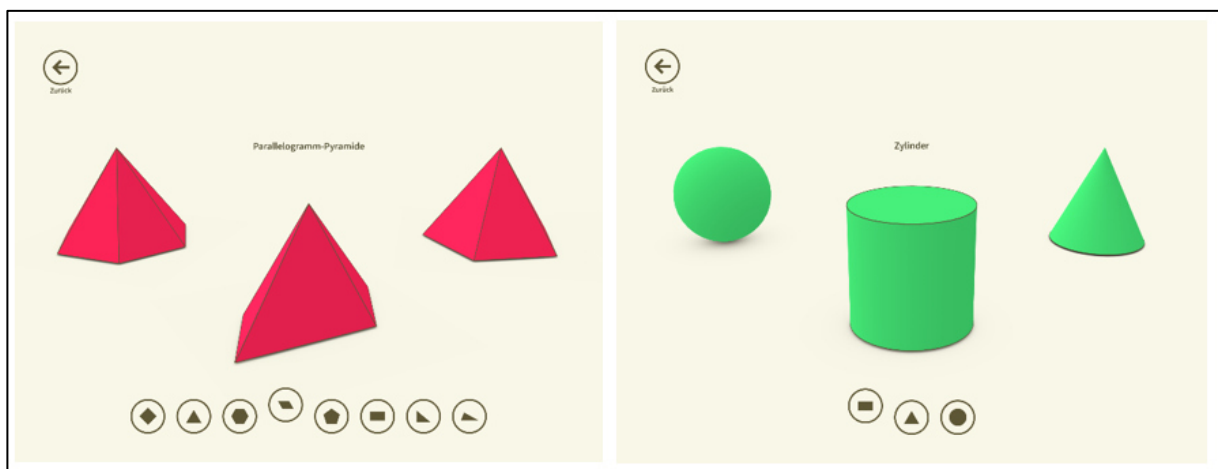


Abbildung 30

Sobald ein Körper ausgewählt ist, wird dieser als *Vollmodell* angezeigt; der dreidimensionale Eindruck entsteht durch unterschiedliche Farbschattierungen und die Einblendung eines Schattens (5). Der Benutzer kann nun in den AR-Modus schalten. Hier hat er die Möglichkeit, die Darstellungsart des Körpers unter dem Symbol *Körperoptionen* auf zahlreiche Arten zu verändern: Unter dem Button *Flächen* können die Seitenflächen entweder nicht-transparent oder transparent dargestellt werden oder aber ganz entfernt werden (vgl. Abb. 31).

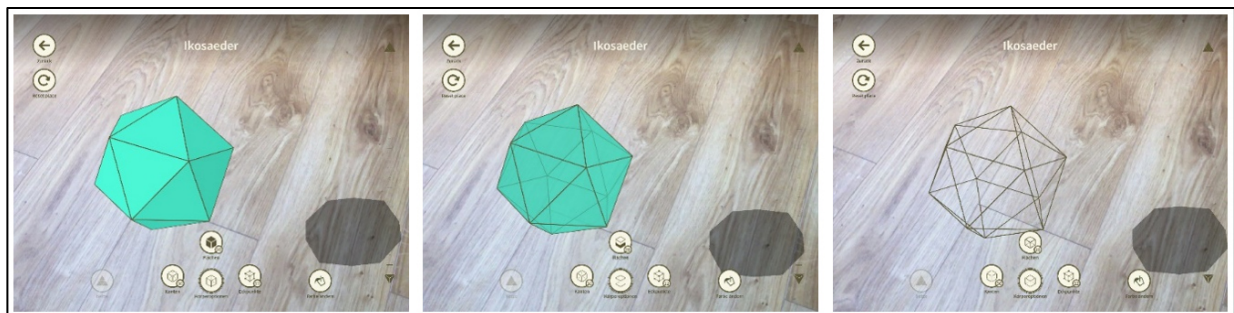


Abbildung 31

Unter dem Button *Ecken* können die Ecken entweder nicht hervorgehoben angezeigt werden oder als kleine Kugeln (vgl. Abb. 32a). Ein Tippen auf den Button *Kanten* wechselt zwischen einer Darstellung der Kanten als „Striche“ und hervorgehobenen Kanten als sehr hohe Zylinder (vgl. Abb. 32b).

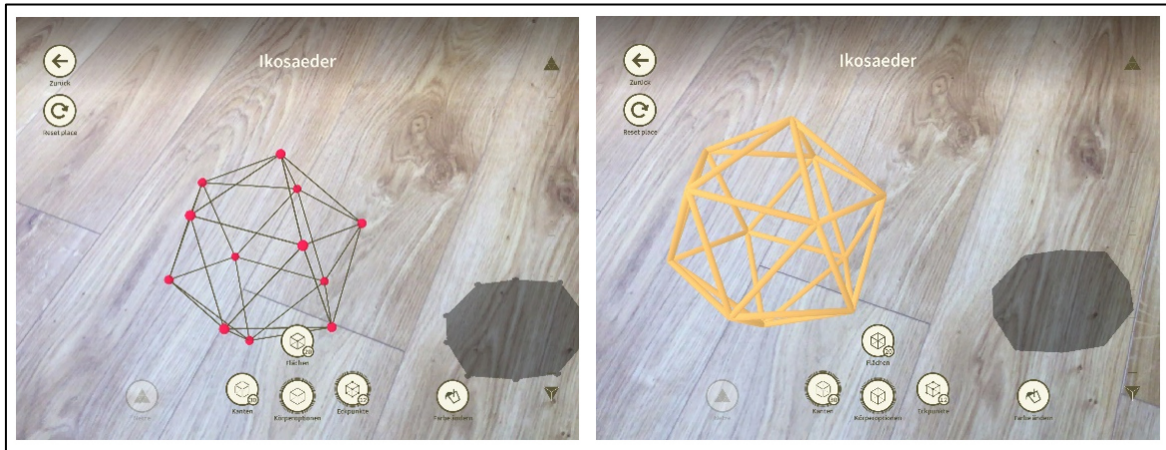


Abbildung 32 a und b

All diese Darstellungsmöglichkeiten von Ecken, Kanten und Flächen können beliebig miteinander kombiniert werden (2) (vgl. Abb. 33). Durch diese vielen verschiedenen möglichen Darstellungen kann die Aufmerksamkeit der SuS gezielt auf gewünschte Aspekte gelenkt werden (4).

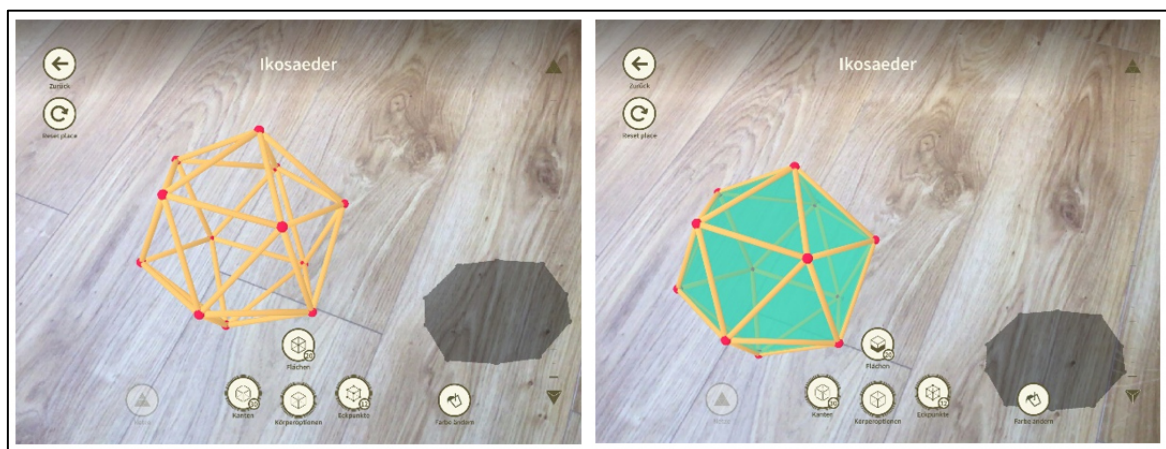


Abbildung 33

Durch ein Tippen auf das Symbol *Farbe ändern* können alle Ecken, Kanten und Flächen einzeln in den Farben rot, gelb, grün oder blau eingefärbt werden (1) (2) (vgl. Abb. 34). Es können immer nur Ecken und Kanten im Vordergrund eingefärbt werden. Objekte, die von Flächen verdeckt sind, lassen sich nicht verändern (5).

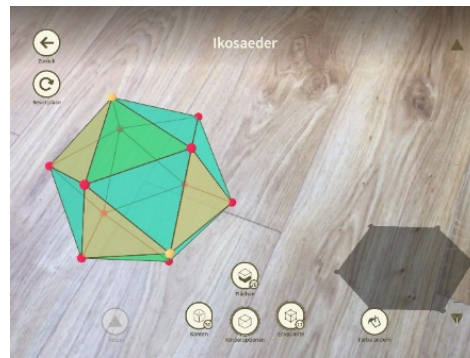


Abbildung 34

Ein *Schieberegl*er am rechten Rand des Touchscreens ermöglicht durch entsprechende Wischbewegungen ein Auseinander- und Zusammenfallen des Körpers. Dieser kann in jedem Stadium des Faltprozesses angehalten werden (2) (vgl. Abb. 35). Für die SuS ist der Faltprozess damit auf eine hervorragende und leicht zugängliche Art visualisiert und ermöglicht ihnen ein gutes Verständnis und eine Verbesserung ihres räumlichen Vorstellungsvermögens (4).

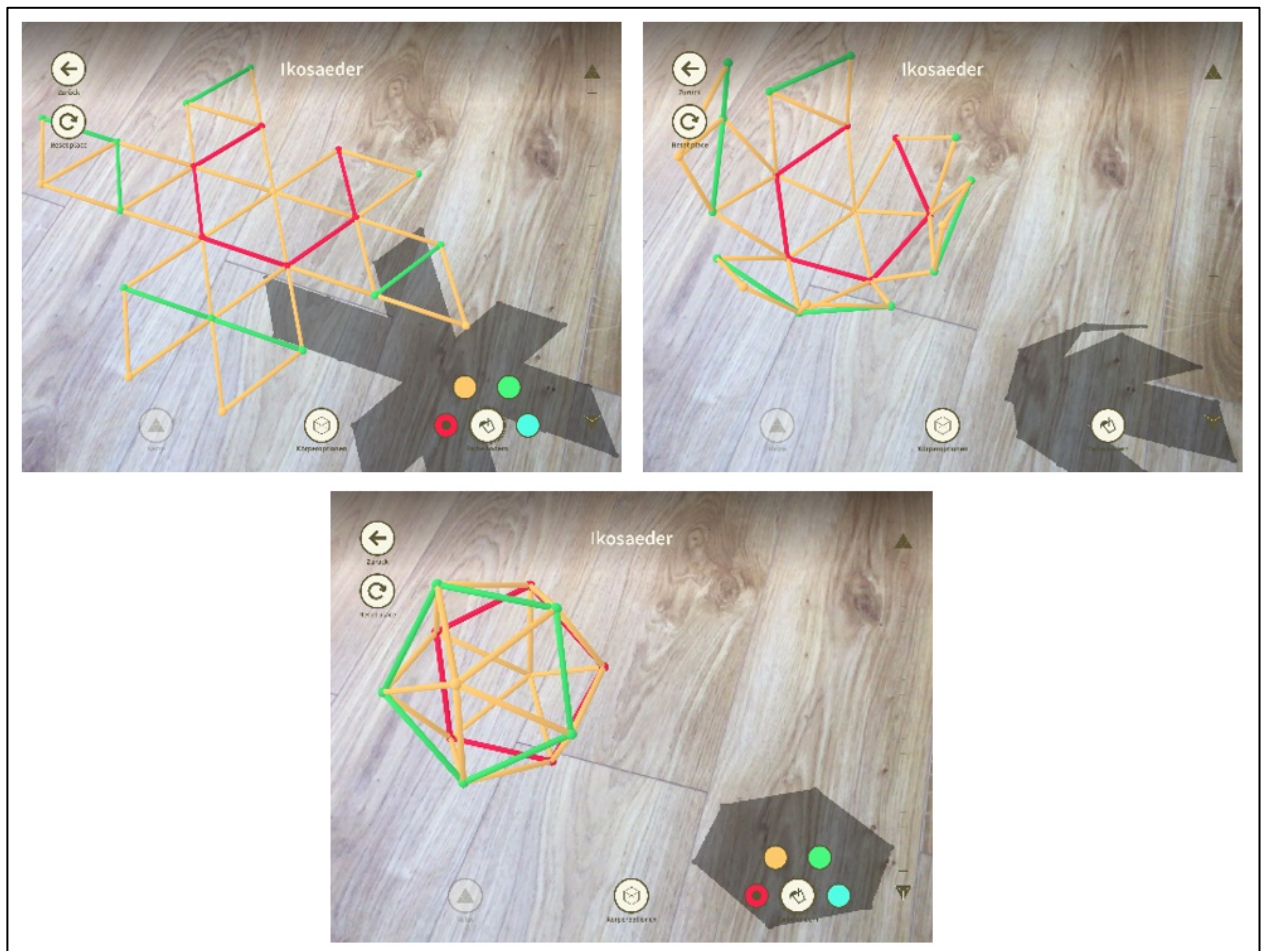


Abbildung 35

Um den Körper von allen Seiten ansehen zu können, hat der Benutzer die Möglichkeit, sich selbst oder zumindest die Kamera des digitalen Endgeräts um den virtuellen Körper herum oder auch in

ihn hinein zu bewegen. Dieses „Hineinbewegen“ gibt den SuS möglicherweise nochmals eine ganz neue Perspektive auf den Körper und führt zu einer differenzierteren räumlichen Vorstellung (4). Der Körper kann außerdem durch eine Wischbewegung über den Touchscreen um die z-Achse im Raum gedreht werden (1), so dass es scheint als würde der Körper auf der realen Tischebene oder dem Boden gedreht werden (2). Durch Spreizbewegungen zweier Finger kann der Körper vergrößert und verkleinert werden (2).

Die Körper werden teilweise mit ihrem Schatten dargestellt und teilweise ohne – die Autorin konnte leider den Grund dafür bisher noch nicht ausfindig machen. Der Schatten wird stets als „vollständiger“ Schatten gezeigt, egal ob der Körper selbst als Voll-, Kanten- oder Flächenmodell dargestellt ist (2). Auch der Faltvorgang ist im Schatten sichtbar, was die SuS nochmals in ihrer räumlichen Vorstellung unterstützt (4).

Leider ist innerhalb des AR-Modus' die Funktion Netze nicht anwählbar (5). Außerhalb des AR-Modus kann der Benutzer hier verschiedenste Netze zu einem Körper betrachten sowie Netze aus ihren einzelnen Seitenflächen selbst zusammensetzen. Diese Möglichkeit ist äußerst spannend für die Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens, wird aber an dieser Stelle nicht genauer betrachtet, da sich die Arbeit auf AR-Anwendungen beschränkt. Aus dem gleichen Grund wird die Möglichkeit, erstellte Körpernetze auszudrucken, hier nicht näher beleuchtet.

Die Maße der einzelnen Körper können nicht manipuliert werden – beispielsweise bleiben Winkelgrößen immer bestehen und die Verhältnisse der Seiten zueinander immer gleich (2). Eine fälschliche Begriffseinebnung hierdurch ist jedoch nicht wahrscheinlich, da sehr viele verschiedene Körper angeboten werden (4).

Es können nicht mehrere Körper zugleich angezeigt werden und daher leider auch nicht direkt miteinander verglichen werden (4) (5).

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Die App regt dazu an, dem Benutzer bereits bekannte oder noch unbekannte geometrische Körper genauer auf ihre Eigenschaften zu untersuchen. Durch ansprechende Präsentation der Körper sowie die zahlreichen Möglichkeiten, die Darstellung des Körpers zu verändern, werden die SuS motiviert und zu zahlreichen kopfgeometrischen Überlegungen angeregt.

Tätigkeiten: Die Motive der SuS beim Umgang mit der App sind, konkrete von der Lehrkraft gestellte Aufgaben zu bearbeiten oder die Körper frei zu erkunden und eigene Entdeckungen zu machen und mehr über geometrische Körper zu lernen. An diesem Motiv orientierte Tätigkeiten der SuS sind das genaue Untersuchen der Körper und das Betrachten aus verschiedenen Perspektiven sowie die Betrachtung der Körpernetze.

Handlungen: Um die Körper von allen Seiten betrachten zu können, geht der Benutzer um die Objekte herum bzw. bewegt die Kamera über, unter oder in die Körper. Alternativ können diese gedreht werden. Zielgerichtete Einfärbungen der Ecken, Kanten und Flächen Körper oder Veränderungen der Darstellungsoptionen, um bestimmte Merkmale der Körper hervorzuheben, zählen ebenfalls zu den Handlungen. Das gleiche gilt für das gezielte Einstellen von verschiedenen Stadien des Faltprozesses und die Auswahl verschiedener Körpernetze.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Tippgesten zum Auswählen bestimmter Körper, zum Einfärben oder zur Änderung der Darstellungsoptionen. Auch Wischgesten zum Drehen eines Körpers bzw. zum Scrollen durch die Auswahl bestimmter Körper sind internalisierte Operationen.

Das Untersuchen eines Körpers auf seine Eigenschaften steht zu Beginn im Zentrum der Aufmerksamkeit. Diese Tätigkeit kann jedoch im Laufe der Zeit zu einer Handlung werden und somit können neue Tätigkeiten hinzukommen, beispielsweise das Vergleichen mehrerer Körper miteinander und ein Verständnis für die Einteilung in verschiedene Klassen.

Auch die Realisierung des Faltprozesses kann zunächst zu den Tätigkeiten gehören (wenn nämlich nur um der Visualisierung des Faltprozesses willen die Handlung ausgeführt wird), später aber zu Handlungen gehören, die an höheren Tätigkeiten orientiert sind und nur Mittel zum Zweck werden (wenn beispielsweise die Einfärbung eines Körpernetzes in zusammengefalteter Form des Körpers überprüft wird).

Für SuS, die wenig Erfahrung mit digitalen Medien haben, können sogar die einfachen Touchgesten zunächst zu den Handlungen gehören und erst in einem späteren Stadium zu Operationen werden. Das Einfärben der einzelnen Flächen, Kanten und Ecken sowie der Wechsel zwischen hervorgehobenen Ecken und Kanten bzw. transparenten und nicht-transparenten Seitenflächen gehören sicher anfangs zu den Handlungen oder möglicherweise sogar zu den Tätigkeiten, können aber ebenso wie die Ausführung des Faltprozesses mit der Zeit zu Operationen werden, für die kein weiteres Nachdenken erforderlich ist und die nur einem höheren Zweck dienen.

Eine weitere mögliche Handlung, die mit der Zeit zu einer Operation wird, ist das Anfertigen von möglicherweise in einer Aufgabenstellung verlangten Screenshots.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Die App ist zur Erforschung von geometrischen Körpern und zum Erklaren eines tiefergehenden Verständnisses für den Aufbau der Körper geeignet, ebenso wie zur Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Alle drei Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens werden gefördert:

Den Faltvorgang der Körper zu sehen und sogar selbst dessen Geschwindigkeit zu bestimmen und jederzeit einfrieren zu können, unterstützt die *Visualization* – es wird eine Veränderung der räumlichen Zusammenhänge in einer innerlich dynamischen Situation vorgenommen.

Die SuS können außerdem ihre eigene Position im Raum ändern und die Körper dadurch aus verschiedenen Perspektiven betrachten. Zudem können die Körper als statische Objekte dynamischen Vorgängen von außen ausgesetzt werden, nämlich Drehungen. Dementsprechend werden auch die beiden Raumvorstellungsfaktoren *Spatial Orientation* sowie *Spatial Relations* angesprochen.

Da in dieser App der Fokus auf nur einem Körper zeitgleich liegt und die räumliche Anordnung mehrerer Objekte gar nicht möglich ist, liegt hier weniger Potential für die *Spatial Orientation* und *Spatial Relations*, sondern vor allem in der Unterstützung der Komponente *Visualization*, für die die App hervorragend aufbereitet ist.

Welche der Raumvorstellungsfaktoren im konkreten Unterricht gefördert wird, hängt auch von der Aufgabenstellung und den Vorgaben der Lehrkraft ab – je nachdem, ob die SuS sich bewegen dürfen oder nicht und ob die Körper ausschließlich im gefalteten Zustand untersucht werden oder auch die Körpernetze mit einbezogen werden.

Da die App zahlreiche Darstellungsmöglichkeiten bietet und den SuS ein genaues Erforschen der Körper ermöglicht, ist sie sehr gut zur Vermittlung von geometrischem Verständnis und zum Erwerb raumvorstellungsbezogener Kompetenzen geeignet. Besonders positiv hervorzuheben ist, dass es sich bei der App *Shapes* um eine der wenigen Apps handelt, bei denen die Autorin keine fachmathematischen Fehler finden konnte.

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Die App wurde ursprünglich entwickelt, um Lehrkräfte im Geometrieunterricht zu unterstützen, indem geometrische Körper nicht nur als reale Körper oder anhand starrer zweidimensionaler Zeichnungen betrachtet werden, sondern als virtuelle Körper auf einer ganz anderen Ebene visualisiert und „begriffen“ werden können.

Die Lehrkraft könnte beispielsweise im frühen Geometrieunterricht die Begriffe Ecken, Kanten und Flächen festigen, indem die Lehrkraft diese bei einfachen geometrischen Körpern gezielt hervorhebt (die Einführung der Begriffe sollte zunächst am konkreten Material stattfinden). Die Seitenflächen eines Körpers können einzeln betrachtet werden, indem die Lehrkraft die Körper entsprechend dreht – dies stellt auch einen deutlichen Vorteil gegenüber der gemeinsamen Betrachtung eines realen Körpers dar, da alle genau die gleiche Perspektive haben. Zudem werden natürlich Neugier und Faszination für die Körper geweckt.

Im späteren Geometrieunterricht könnten auch komplexere geometrische Körper gemeinsam untersucht werden. Beispielsweise könnten die SuS herausfinden, welche Merkmale die platonischen Körper vereinen.

Auch kopfgeometrische Aufgaben könnten gestellt werden und die App als Hilfsmittel in der Fragestellungs- und in der Ergebnisphase fungieren. Konkret könnte die Lehrkraft beispielsweise ein Körpernetz einfärben und anschließend fragen, ob sich gleichfarbige Flächen o.ä. berühren bzw. welche Flächen sich später gegenüberliegen. Die SuS müssen sich den Faltprozess vorstellen und eine Vermutung anstellen. Zur Überprüfung kann das Körpernetz dann mithilfe des Schiebereglers gefaltet werden.

Analog dazu könnte eine Ecke im Körpernetz eingefärbt werden und die übrigen Ecken, die nach dem Faltvorgang auf dieser zum Liegen kommen, sollen ausfindig gemacht werden. Auch hier kann das kopfgeometrisch ermittelte Ergebnis durch das tatsächliche Falten überprüft werden.

Sollen die SuS selbstständig mit der App Aufgabenstellungen bearbeiten, ist ein sicherer Umgang mit der App sinnvoll, um zielführend Aufgaben zu bearbeiten. Die Autorin erachtet ein eigenverantwortliches Arbeiten des SuS mit der App daher erst ab der 3. Klasse als sinnvoll. Auch auf der Website des Anbieters werden hauptsächlich die Klassenstufen 4 bis 6 empfohlen, aber auch ab Klassenstufe 2 ist ein Einsatz laut Entwickler denkbar

In Eigenarbeit könnten die SuS beispielsweise Körpernetze so einfärben, dass sich später keine gleichfarbigen Flächen berühren oder dass gleichfarbige Flächen einander gegenüber liegen.

Eine weitere Aufgabenstellung, in der der AR-Modus gut ausgenutzt wird, wäre, dass die SuS in ihrer Umgebung geometrische Körper suchen, diese dann benennen, mithilfe der App den entsprechenden virtuellen Körper „neben“ das reale Objekt aus der Umwelt stellen und Screenshots anfertigen, die später in der Klasse präsentiert werden.

3.14. Analyse der App Shapes 3D – Geometry Drawing

Name und Publikationsjahr:	Shapes Drawing	2020 (2019)
Entwickler der App:	Learn Teach Explore Sp. z o.o.	
Voraussetzungen:	iPadOS 9.0 / iOS 9.0 / macOS 11.0 oder neuer	
Kosten:	4,99€	
Zusatzmaterial:	Website des Entwicklers (Videos, etc.)	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

In einer neuartigen Lernumgebung können SuS geometrische Körper spielerisch erkunden und die einzelnen Beziehungen zwischen in geometrischen Figuren verstehen.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Es stehen 27 geometrische Körper zu Verfügung, die durch das Einfügen von Punkten, Strecken und Flächen genau untersucht werden können. Somit kann ein tieferes Verständnis für den Aufbau der Körper, ihre Eigenschaften, sowie Beziehungen innerhalb von geometrischen Figuren erworben werden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Die App ist ähnlich aufgebaut wie ihre Schwesterapp *Shapes 3D Geometry Learning*: Es stehen die gleichen Körper zu Verfügung und Auswahl der Körper funktioniert identisch. Daher wird der Aufbau hier nicht erneut detailliert beschrieben, sondern kann im Review der App *Shapes 3D Geometry Learning* nachgelesen werden (Kapitel 3.13). Ist ein Körper ausgewählt, wird er als transparentes Flächenmodell dargestellt (2).

Ist der Button *Punkte* durch Antippen ausgewählt, können die Ecken des Körpers mit Buchstaben benannt werden – sie werden alphabetisch in der Reihenfolge des Antippens benannt. Dies vermittelt den SuS implizit die konventionelle Benennung von Punkten (4). Auch können auf den Kanten des Körpers Punkte erzeugt werden, indem auf die entsprechende Stelle getippt wird (1).

Schiebt man den Finger langsam über eine Kante, zeigt die App an, sobald man sich genau in der Mitte der Kante befindet (vgl. Abb. 36a) (2). Auch die erzeugten Punkte können durch erneutes Antippen benannt werden (vgl. Abb. 36b).

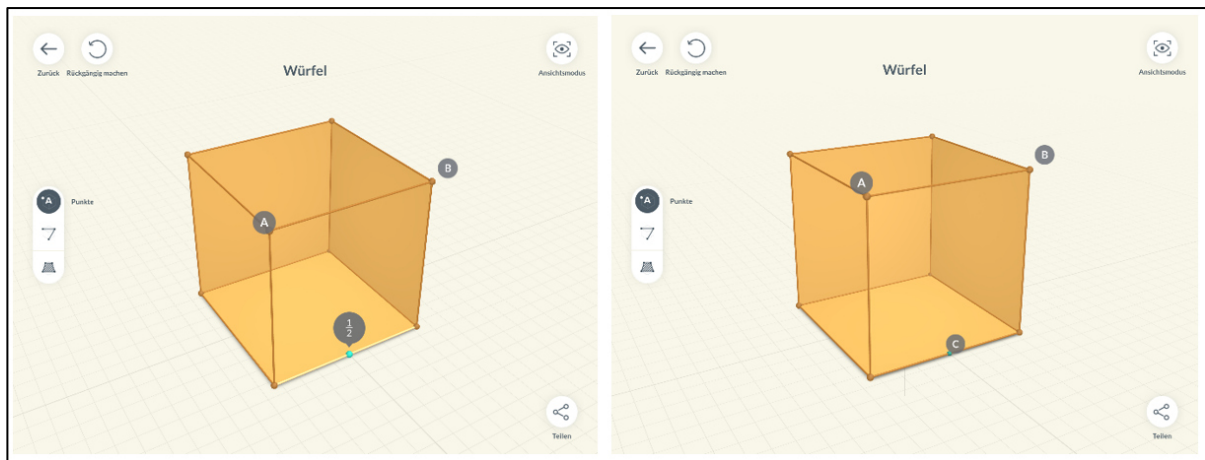


Abbildung 36 a und b

Ist der Button *Liniensegmente* ausgewählt, so wird durch das Nacheinander-Antippen zweier Punkte die dazwischenliegende Strecke blau markiert (1). Auch auf diesen Strecken können wieder Punkte erstellt werden.

Ist der Button *Oberfläche* angewählt, so kann eine Fläche zwischen den Ecken des Körpers bzw. den bereits erstellten Punkten erzeugt werden (1). Dies geschieht durch Nacheinander-Antippen dreier oder mehr Punkte, bis wieder der Ausgangspunkt angetippt wird, wodurch die erzeugte Fläche in blau dargestellt wird (vgl. Abb. 37).

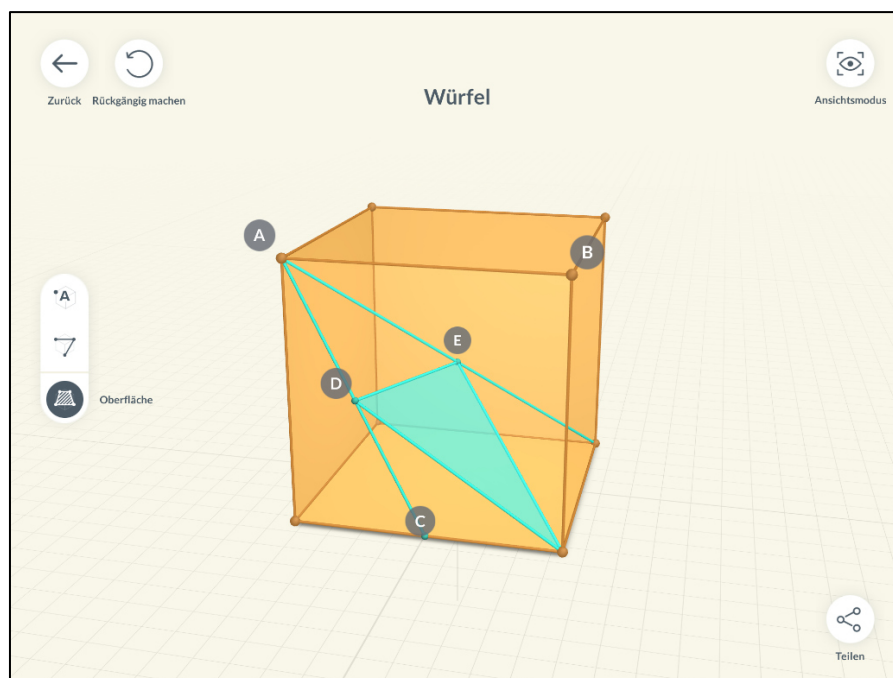


Abbildung 37

Die App gibt Rückmeldung, falls der Benutzer versucht, einen Punkt außerhalb der bereits angefangenen Fläche einzubeziehen („Du kannst kein Liniensegment außerhalb der aktuellen Fläche erstellen“) (2) – dies gibt den SuS ein direktes Feedback und ermöglicht ein Verständnis dafür, weshalb bestimmte Handlungen nicht möglich sind (4).

Unter dem Button *Rückgängig machen* lassen sich der jeweils vorangegangenen Aktionen schrittweise löschen (1).

Der Benutzer kann außerdem zwischen folgenden Ansichten wechseln: *isometrische Darstellung*, *perspektivische Darstellung* und *AR-Ansicht*.

Wird der Augmented-Reality-Modus eingeschaltet, so kann mithilfe eines Merge Cubes der Körper mit allen erstellten Punkten und Flächen angesehen werden: Der Merge Cube wird von der App erfasst und der jeweilige Körper virtuell in diesen realen Raum eingeblendet. Durch reales Anhaben, Verschieben und Drehen des Merge Cubes wird der Körper daher ebenfalls angehoben, verschoben und gedreht (1). (Leider hat diese Funktion mit dem Endgerät der Autorin nicht funktioniert, daher ist hier kein Screenshot abgebildet. Die Wirkung kann jedoch in den Demo-Videos auf der Website des Entwicklers angesehen werden.)

Die Arbeit mit dem Merge Cube ermöglicht gerade den schwächeren SuS ein Verständnis für die Bewegungen, wenn diese nicht „auf Distanz“ und indirekt über das Touchpad initiiert werden, sondern sie am realen Ort mit dem Körper interagieren können (4). Allerdings lässt sich im AR-Modus nichts mehr am Körper verändern (2).

Zwischenfazit

Die Funktionen, die die App bietet, sind sehr gut geeignet, um bei den SuS das räumliche Vorstellungsvermögen zu fördern, sie zu Entdeckungen und gezieltem Probieren anzuleiten und sie für die Geometrie zu begeistern. Auch Begriffe wie Diagonale, Höhe, Mittelpunkt, Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, Schnittfläche, etc. können hier toll veranschaulicht werden und im Sinne einer konstruktiven Begriffserarbeitung erlernt werden.

Leider ist die App jedoch für die Grundschule zu komplex, da dort im Unterricht die oben genannten Begriffe noch nicht erarbeitet werden. Auch die Website des Entwicklers empfiehlt eine Verwendung der App in den Klassenstufen 7 und 8, frühestens aber ab Klassenstufe 5.

Da im AR-Modus zudem nichts mehr an den Körpern verändert werden kann, sondern er nur noch angeschaut werden kann, wird im Rahmen dieser Arbeit, die sich auf AR und Grundschule konzentriert, die App nicht weiter analysiert.

3.15. Analyse der App Shapes 3D – Create Geometry AR

Name und Publikationsjahr:	Shapes Create	2021 (2019)
Entwickler der App:	Learn Teach Explore Sp. z o.o.	
Voraussetzungen:	iPadOS 11.0 / iOS 11.0 / macOS 11.0 oder neuer	
Kosten:	gratis	
Zusatzmaterial:	---	
Eignung für die Grundschule:	ungeeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Mit der App können dreidimensionale geometrische Flächen und Körper ausgemessen werden und virtuelle Körper mithilfe von AR in die reale Welt „eingebaut“ werden. Die virtuellen Körper können auch aufeinander gebaut werden. Derzeit sind nur Prismen und Pyramiden verfügbar, es sind jedoch weitere Optionen geplant.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Das mathematische Objekt der App sind gerade Prismen und Pyramiden, deren Grundfläche vom Benutzer beliebig unregelmäßig erstellt werden können, in der Umgebung platziert und sogar aufeinander gestapelt werden können. Zudem zeigt die App die exakten Maße, die das virtuell eingeblendete geometrische Körper in seiner realen Umwelt hätte.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte: Tiefenreize, technische Mankos, ... | |

Die App erfasst mit der Kamera die Umgebung, erkennt Flächen und blendet auf dieser Ebene ein Punkteraster zur Orientierung ein – diese Ebene kann sowohl horizontal als auch vertikal sein. Der Benutzer kann nun entweder ein Prisma oder eine Pyramide durch Antippen des jeweiligen Buttons auswählen (1). Daraufhin erscheint auf dem Bildschirm ein fester Punkt, der durch Bewegung des Endgeräts und der Kamera auf den gewünschten Punkt im Raum bewegt wird und dort durch Tippen auf den Touchscreens auf der markierten Ebene platziert wird (1). Wird danach das Gerät und die Kamera weiterbewegt, so bewegt sie ein weiterer fest auf dem Bildschirm verorteter Punkt mit, der

durch eine Strecke mit dem ersten im realen Raum platzierten Punkt verbunden ist. An dieser Strecke wird auch stets der Abstand zwischen den beiden Punkten eingeblendet (2). Durch erneutes Tippen wird auch dieser zweite Punkt in der Ebene platziert, daraufhin kann dann die Kamera mit einem dritten Punkt bewegt werden, usw. (1) – so lange, bis einer der Punkte wieder auf dem ersten Punkt platziert wird. Dann färbt sich die erstellte Fläche gelb (2).

Die App unterstützt dabei die Konstruktion der Grundfläche, indem sie rechte Winkel markiert und dort innerhalb eines gewissen Spielraums „einrastet“ (vgl. Abb. 38a). Auch annähernd parallele Strecken rasten in einen parallelen Zustand ein und werden ebenfalls als solche gekennzeichnet. Stimmt die Länge zweier Strecken überein, werden diese grün eingefärbt, so dass auch dies gut für den Benutzer erkennbar ist (2) (vgl. Abb. 38b).

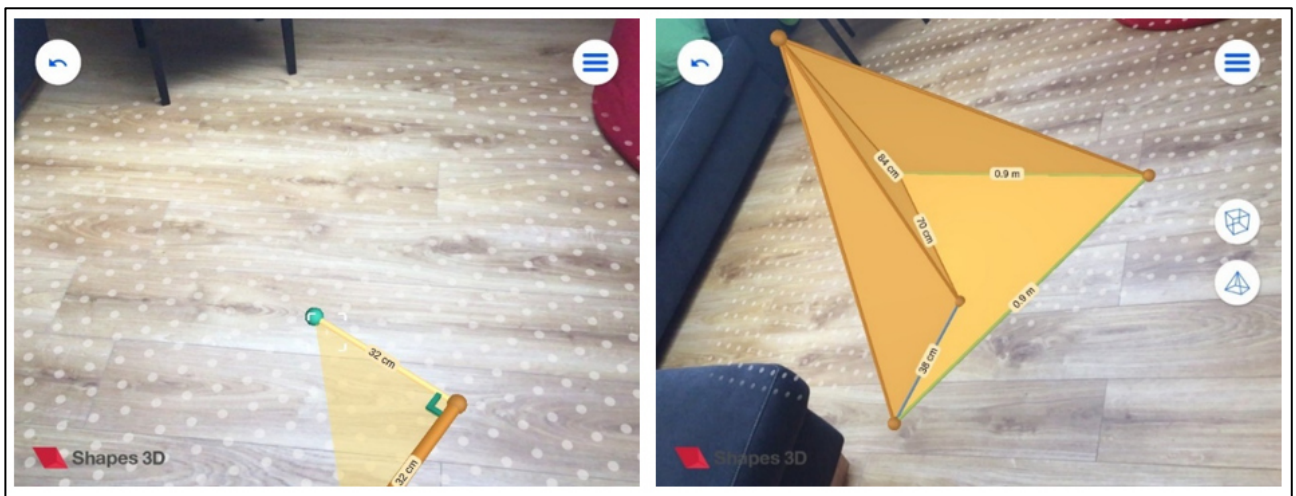


Abbildung 38 a und b

Sobald die Grundfläche geschlossen ist, kann der Körper in die dritte Dimension erweitert werden. Je nach Auswahl der Art (gerades Prisma oder gerade Pyramide) wird entweder über allen Punkten eine Vertikale erstellt oder aber über dem Mittelpunkt der Ebene die Achse für die möglichen Spitzen der Pyramide erstellt. Die Höhe wird in gleicher Art festgelegt wie zuvor: Der Benutzer bewegt die Kamera bis auf eine bestimmte Höhe und tippt dann auf den Touchscreen, um diese zu fixieren (1). Die Grundfläche kann beliebig unregelmäßig geformt sein, es handelt sich jedoch immer um gerade Pyramiden oder Prismen.

Es können mehrere verschiedene Körper nacheinander erstellt werden, die alle zugleich dargestellt werden (vgl. Abb. 39). Auch können die Körper auf der Deckfläche eines anderen Körpers erstellt werden.

Dass die Pyramiden und Prismen unregelmäßige Grundflächen haben und beliebige Höhen annehmen können, wirkt einer Begriffseinengung entgegen und ermöglicht den SuS ein tiefes

Verständnis für die Körperfamilien (4). Allerdings erfordert dies ein Abstraktionsvermögen, das vom Großteil der SuS in der Grundschule nicht zu erwarten ist.

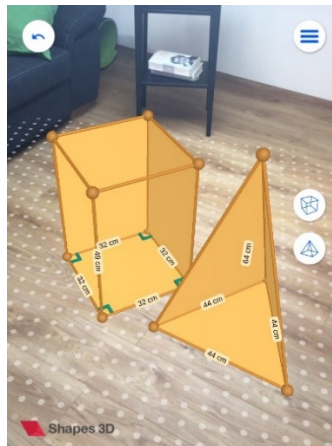


Abbildung 39

Zwischenfazit

Zwar gibt es einige Tätigkeiten, Handlungen und Operationen, die sich auch verschieben können, allerdings sind die Einsatzmöglichkeiten im Grundschulunterricht sehr beschränkt. Konkret verwenden könnte man die App, indem sehr verschiedene Repräsentanten eines Körpers erzeugt werden sollen: beispielsweise ein sehr hoher und ein sehr flacher Quader (vgl. Abb. 40).

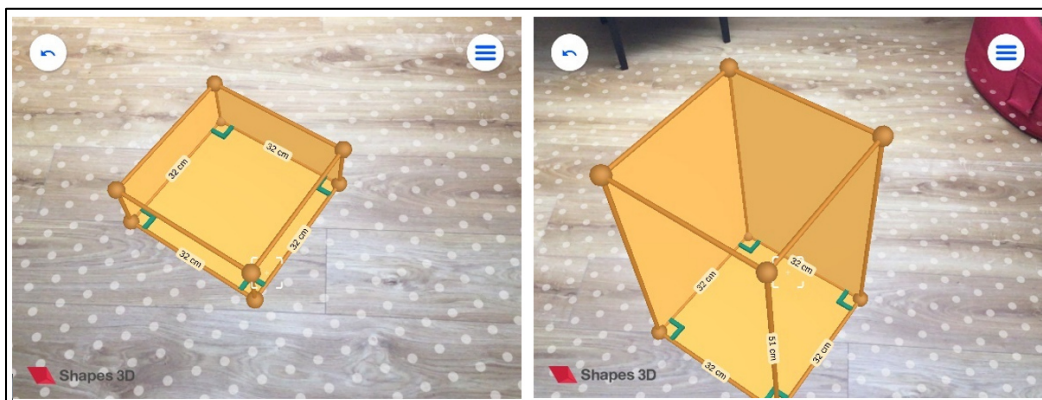


Abbildung 40

Da die App aber verhältnismäßig unintuitiv zu bedienen ist und die Körper, sobald sie einmal erstellt sind, nicht mehr veränderbar sind, ist die App für den Grundschulunterricht nicht besonders gut geeignet und unterstützt das räumliche Vorstellungsvermögen nur begrenzt, daher wird sie hier nicht weiter untersucht.

Es sei trotzdem erwähnt, dass die Möglichkeit, die Körper aufeinander zu „stapeln“, so von keiner der anderen untersuchten Apps geboten wird. Darin liegt ein Potential für den Raumvorstellungsfaktor *Spatial Relations*, bei dem die Anordnung von Objekten genau betrachtet wird.

3.16. Analyse der App ShAPPes 3D shapes in AR

Name und Publikationsjahr:	ShAPPes	2020 (2018)
Entwickler der App:	Juan Carlos Munera Vicente	
Voraussetzungen:	iOS 13.0 oder neuer	iPad, iPhone, iPod touch
Kosten:	0,99€	
Zusatzmaterial:	---	
Eignung für die Grundschule:	mäßig geeignet	

Beschreibung des Entwicklers:

Es können verschiedene dreidimensionale Körper in der realen Welt platziert werden. Farbe, Größe und Ausrichtung können dabei vom Benutzer immer wieder verändert werden. Für jeden Körper kann eine Beschreibung eingeblendet werden. Empfohlene Altersgruppe: 9-11 Jahre.

Betrachtung mithilfe des ACAT-Review-Guides von Etzold, Kortenkamp und Ladel

1. Was ist das mathematische Objekt der App?

Die App ermöglicht es, virtuelle dreidimensionale Körper im realen Raum freischwebend zu platzieren. Die Körper lassen sich unterschiedlich einfärben, beliebig vergrößern/verkleinern, verschieben und drehen. Die Auswahl der dreidimensionalen Objekte ist auf dreizehn verschiedene regelmäßige und gerade Körper beschränkt. Zu jedem Körper lässt sich eine mathematische Beschreibung sowie das zugehörige Netz des Körpers einblenden.

2. Wie interagieren Schüler*innen mithilfe der App mit dem mathematischen Objekt?

- | | |
|---|-------------------|
| (1) Welche Handlungen sieht die App vor? | $S \rightarrow A$ |
| (2) Wie wird das Objekt in der App repräsentiert? | $A \rightarrow O$ |
| (3) Wie beeinflusst das Objekt den Aufbau der App? | $O \rightarrow A$ |
| (4) Welche Erfahrungen ermöglichen diese Dinge den Schüler*innen? | $A \rightarrow S$ |
| (5) Technische Aspekte | |

Durch Tippen auf das Plus-Zeichen können verschiedene Körper ausgewählt werden. Diese sind aufgeteilt nach Polyedern (die 5 Platonischen Körper, Dreiecks-, Vierecks-, Fünfecks- und Sechseckprisma, Viereckpyramide) und Rotationskörpern (Zylinder, Kugel, Kegel) (1) (3). Durch diese gut strukturierten Auswahlmöglichkeiten, die nach Platonischen Körpern, Prismen mit regelmäßigen Polygonen als Grundflächen und kurvigen Körpern geordnet sind (vgl. Abb. 41), können die SuS beispielsweise erkennen, dass ein Quader zugleich ein Prisma mit rechteckiger Grundfläche ist,

ebenso wie ein Würfel zugleich ein Platonischer Körper ist. Auch wenn Grundschulern diese Bezeichnung im Normalfall noch nicht bekannt ist, kann die Regelmäßigkeit erkannt werden (4).

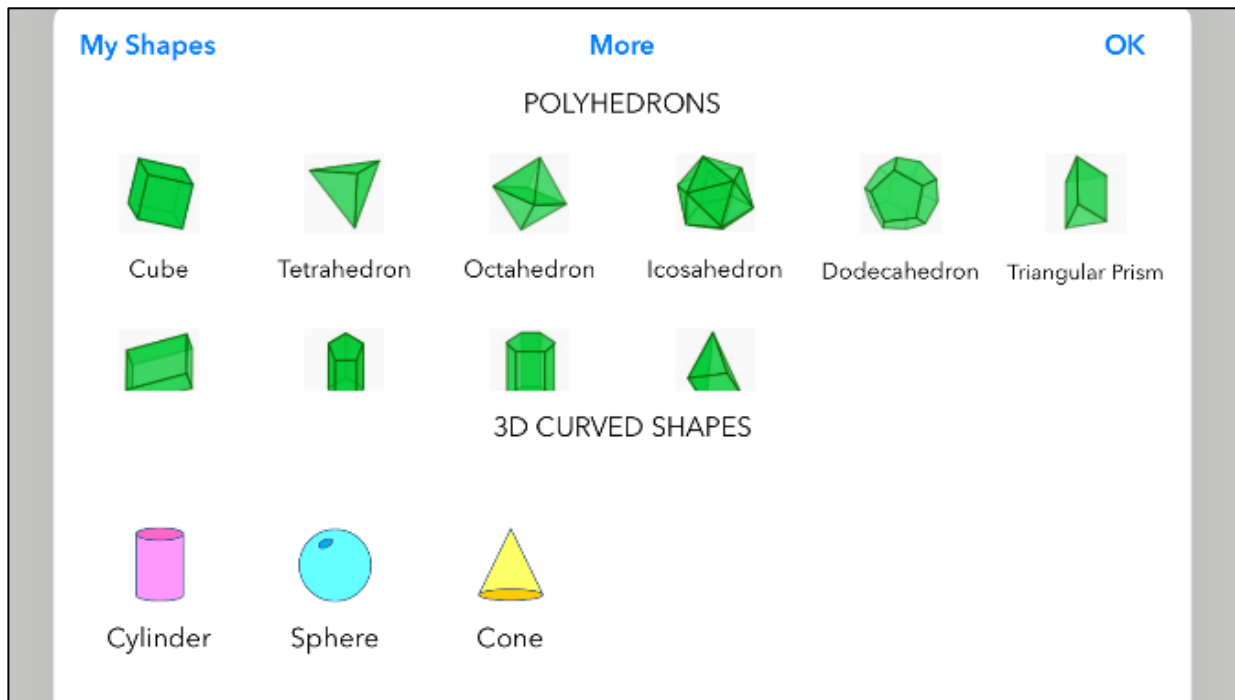


Abbildung 41

Durch Tippen auf einen dieser Körper wird dieser von der App freischwebend im Raum eingefügt. Die Körper können vom Benutzer zunächst nicht zielgerichtet verortet werden, da man im Gegensatz zu anderen Apps keinen Referenzpunkt auf der Tischebene auswählt, sondern die App automatisch über den Ort entscheidet (2) (5).

Die App bietet eine akustische Begleitung an, die eine Begrüßung sowie Erklärungen zum Platzier-Vorgang der geometrischen Körper enthält. Zudem werden beim Platzieren die Namen der geometrischen Körper vorgelesen (2).

Die geometrischen Körper erscheinen als *Vollmodelle*, d.h. Kanten und Ecken sind nicht explizit markiert. Der dreidimensionale Effekt ergibt sich aus der Einfärbung der Seiten eines Körpers in verschiedenen Farbschattierungen, sodass der Eindruck von Licht und Schatten erzeugt wird (5). Diese Einfärbungen sind teilweise ungeschickt gewählt, da eine gleiche Einfärbung zweier benachbarter Seiten durch die fehlende optische Hervorhebung der Kanten den Eindruck *einer* zusammengehörenden Fläche vermittelt (vgl. Abb. 42a) (2) (5). Es können beliebig viele weitere Körper ausgewählt und eingefügt werden. Die Farbe der einzelnen Körper kann durch Antippen von Farbpunkten verändert werden (vgl. Abb. 42b).

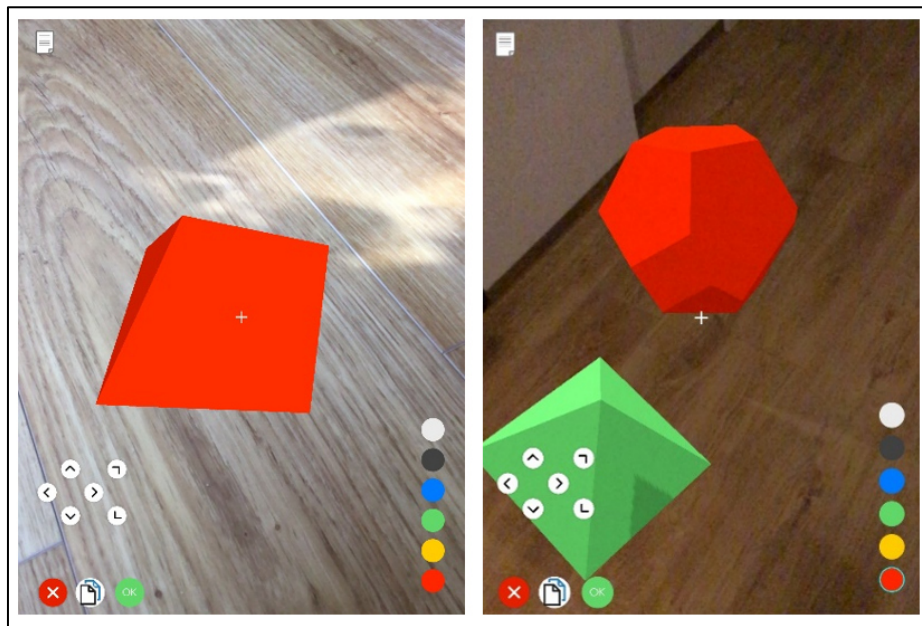


Abbildung 42 a und b

Durch die 2-Finger-Bewegung, die üblicherweise für das Zoomen verwendet wird, können die Körper hier vergrößert bzw. verkleinert werden. Die Rotation der Körper geschieht durch eine wischende Geste über dem jeweiligen Körper (1). Hierbei werden jedoch oft unbeabsichtigt auch andere bereits erstellte Körper erfasst. Ein gezieltes Drehen ist nahezu unmöglich, da der Benutzer nicht intuitiv erfassen kann, welche Wischbewegungen die App in welche Rotationsbewegungen überführt (2) (5).

Durch erneutes Antippen eines platzierten Körpers beginnt dieser sich auf und ab zu bewegen und ein Steuerungsmenü öffnet sich. Dieses enthält eine Farbauswahl zum Umfärben und die Möglichkeit zum Duplizieren des Körpers durch Antippen des „Duplikationsbuttons“ (2). Außerdem gibt es 6 Navigationspfeile zum Verschieben des Körpers im Raum; diese erlaubt eine Navigation parallel zu den virtuellen x-, y- und z-Achsen des kartesischen Koordinatensystems (2). Das Verständnis der Pfeilsymbole und den damit verbundenen Verschiebungen erfordert jedoch einiges Ausprobieren und führt evtl. zu Überforderung bei Grundschulkindern. Zugleich ermöglicht diese Art der Verschiebung den SuS ein intuitives Denken in den drei Raumrichtungen (nach oben/unten, nach vorne/hinten, nach rechts/links) (4).

Die Platzierung bleibt leider von der App ungenau erfasst (5). Zudem hüpfen die Körper auf und ab, wenn sie ausgewählt werden, und ändern teilweise ihre Position, wenn die Kamera bewegt wird (5).

Hinter dem Zettel-Symbol verbirgt sich eine mathematische Erklärung des jeweiligen Körpers (1). Tippt man auf das Zettel-Symbol werden Informationen über den Körper in Form eines Fließtextes zur Verfügung gestellt sowie ein Netz des Körpers präsentiert (2). Diese Informationstexte unterscheiden sich je nach ausgewähltem Körper deutlich in ihrer Ausführlichkeit: Die

Informationen zu Tetraeder, Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder sind fachmathematisch sehr detailliert und verdeutlichen, dass die dargestellten Platonischen Körper jeweils nur Spezialfälle dieser Körper sind; übersteigen in ihrer Komplexität damit aber deutlich das Grundschulniveau (vgl. Abb. 43a) Auch die Erklärung für die Kugel ist nicht grundschultauglich (vgl. Abb. 43b). Die Informationen zu den Prismen dagegen sind beispielsweise sehr knapp (2) (vgl. Abb. 43c). Bei den Informationen zum Sechseckprisma findet sich fälschlicherweise eine Beschreibung des Fünfeckprismas (5).

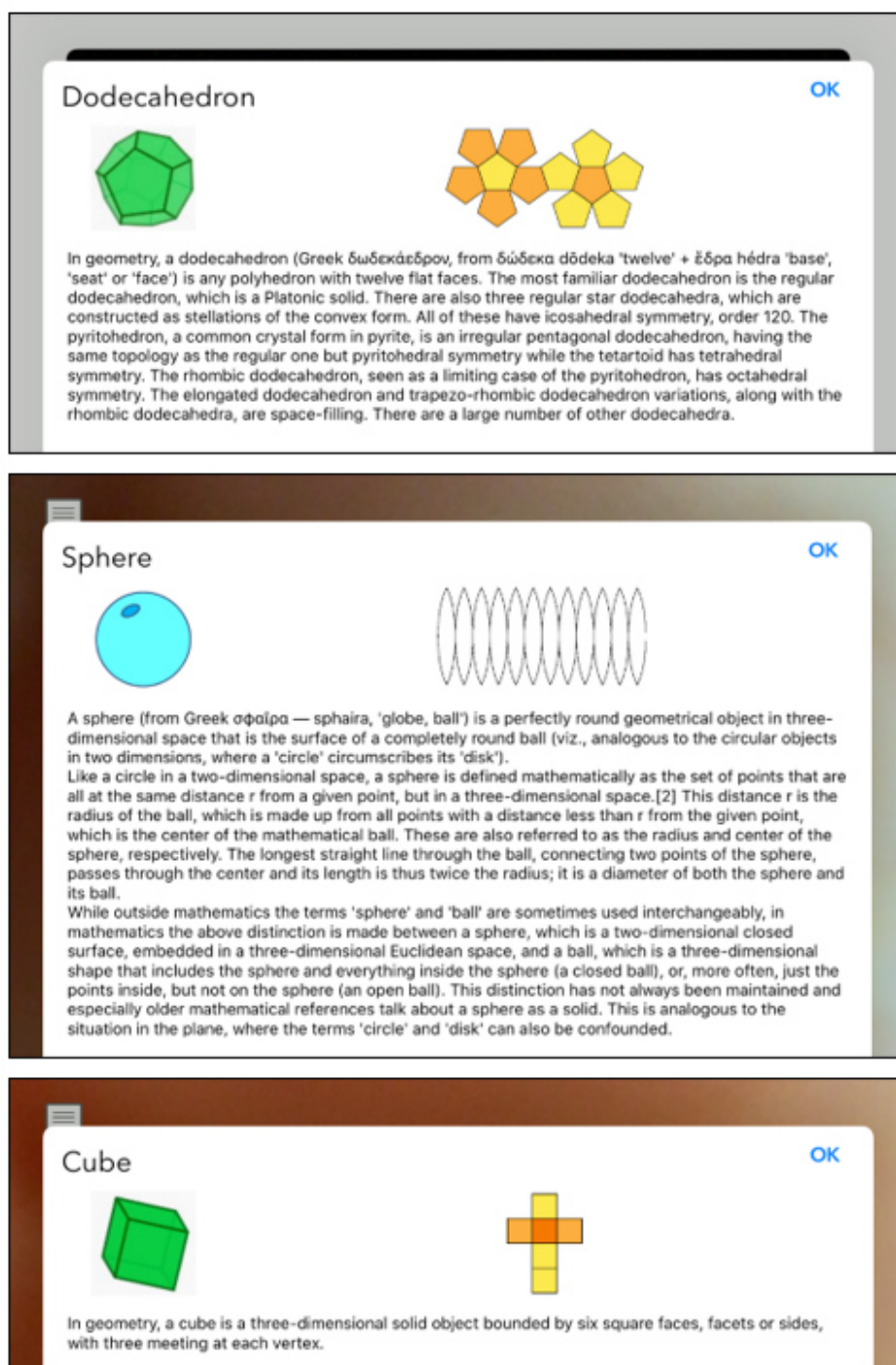


Abbildung 43 a, b und c

Die Abbildung der **Körpernetzes** ist statisch und bleibt zweidimensional (2). Die SuS werden dadurch in ihrer Fähigkeit, den Körpern ihre Netze zuzuordnen, unterstützt; die Vorstellung des Faltvorgangs wird jedoch nicht gefördert (4).

Befinden sich bereits mehrere Körper im Raum, können diese auch ineinandergeschoben werden (vgl. Abb. 44). Dies ermöglicht den SuS indirekt, Schnittkanten zu produzieren; da die Körper aber nicht transparent dargestellt sind, ist die Wahrscheinlichkeit, dass die SuS diese Möglichkeit zu Entdeckungen tatsächlich nutzen, relativ gering.

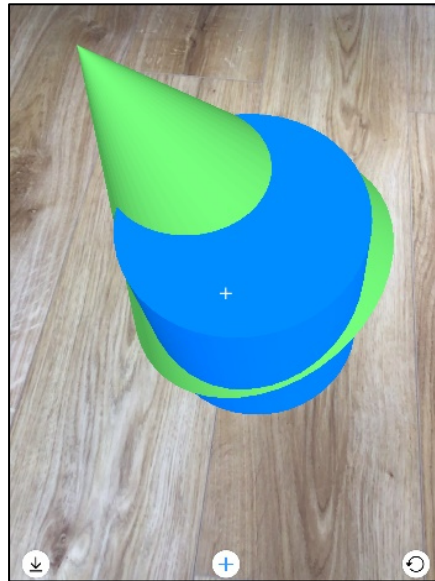


Abbildung 44

Von den Prismen sowie von Zylinder und dem Kegel werden nur prototypische Vertreter gezeigt, was fachmathematisch gesehen eine Begriffsverengung mit sich bringen könnte. Diese ist jedoch im Sinne einer didaktischen Reduktion für den Grundschulunterricht sicher sinnvoll.

3. Wie entwickelt sich die Interaktion (Tätigkeiten, Handlungen, Operationen)?

Die App regt dazu an, dem Benutzer bereits bekannte oder noch unbekannte geometrische Körper genauer auf ihre Eigenschaften zu untersuchen.

Tätigkeiten: Da die App selbst keine Aufgabenstellungen enthält, ist das Motiv der SuS, die von der Lehrkraft gestellten Aufgaben zu bewältigen oder die Körper frei zu erkunden. An diesem Motiv orientierte Tätigkeiten der SuS sind das genaue Untersuchen der Körper. Die SuS können außerdem die Informationen, die in Textform zum jeweiligen Körper bereitgestellt werden, direkt mit dem dargestellten virtuellen Körper in Verbindung bringen, indem sie gezielt die genannten Merkmale am Körper überprüfen.

Handlungen: Um die Körper von allen Seiten betrachten zu können, geht der Benutzer um die Objekte herum bzw. bewegt die Kamera über und unter die Körper. Alternativ können diese

vergrößert bzw. gedreht werden. Auch beim Lesen der Informationstexte handelt es sich um Handlungen.

Operationen: Hierzu zählen die bereits oben beschriebenen Touchgesten zum Zoomen oder Drehen.

Das Vergrößern, Verkleinern, Verschieben und Drehen der Körper wird bei den SuS mit der Zeit von Handlungen zu Operationen, für die kein weiteres Nachdenken erforderlich ist.

Das Untersuchen eines Körpers auf gewisse Eigenschaften steht zu Beginn im Zentrum der Aufmerksamkeit. Diese Tätigkeiten können jedoch im Laufe der Zeit zu Handlungen werden und somit können neue Tätigkeiten hinzukommen, beispielsweise das Vergleichen mehrerer Körper miteinander und die Einteilung in verschiedene Klassen.

4. Ist die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet?

Ob die App für die Vermittlung des mathematischen Objektes geeignet ist, hängt stark vom Ziel der Lehrkraft und der Qualität ihrer Aufgabenstellungen ab. Wenn vom räumlichen Vorstellungsvermögen die Komponenten *Spatial Relations* und *Spatial Orientation* - also die Veränderung der Objektlage oder der Personenlage im Raum – gefördert werden sollen, könnte die App unterstützend wirken. Auch um nur die Namen den passenden Körpern zuzuordnen, eignet sich die App.

Zur Aneignung von tieferem Verständnis für den Aufbau und die Merkmale der Körper sowie ihre Hierarchien untereinander ist sie jedoch ungeeignet. Die Informationen im Fließtext sind häufig nicht grundschulgerecht aufbereitet.

Die ausschließlich zweidimensionale Darstellung der Körpernetze bietet im Vergleich zu traditionellen Medien keinen Mehrwert für das räumliche Vorstellungsvermögen.

Die Komponente *Visualization* kann insofern gefördert werden, als dass die An- und Umordnung mehrerer Körper im Raum in dieser App gut möglich ist. Innere Veränderungen wie Faltvorgänge oder Manipulationen einzelner Körperteile (Ecken verschieben, Kantenlängen ändern, Grundflächen ändern, etc.) können allerdings nicht vorgenommen werden – genau der Punkt, für den AR im Gegensatz zu traditionellen Medien und physischem Material die größten Chancen bietet.

Zwar werden Informationen über die Körper anhand eines Fließtextes zur Verfügung gestellt, dieser ist allerdings für Grundschüler teilweise deutlich zu anspruchsvoll. Zwar kann es von Vorteil sein, die Körper von allen Seiten ansehen zu können, aber man kann keine eigenen Entdeckungen machen.

Anzumerken ist noch, dass die akustische Begleitung möglicherweise diejenigen Kinder unterstützt, die andernfalls aus Leseschwäche oder Unlust heraus die Namen der Körper nicht lesen würden, sondern nur auf einer Ebene des „Herumspielens“ bleiben würden.

5. Wie kann die App in der Klassensituation verwendet werden?

Die App an sich bietet keine Aufgabenstellungen, daher muss die Lehrkraft sich zum Unterrichtsziel und zu der konkreten Klassensituation passende Aufgaben überlegen.

Wie bereits beschrieben, können mehrere Körper zugleich im Raum platziert und deren Lage durch Betätigung der Pfeiltasten verändern werden. Dies bietet die Chance zu Aufgabenstellungen wie „Platziere einen Würfel unter einem Oktaeder.“ oder „Bewege die Kugel so, dass sie sich vor dem Dreiecksprisma, aber hinter dem Sechseckprisma befindet.“. Dadurch werden einerseits die Begrifflichkeiten geübt und zum anderen die Komponenten *Visualization* und *Spatial Relations* gefördert.

Bezieht man zusätzlich die Bewegung der Person im Raum ein – z.B. „Mache einen Screenshot so, dass die Kugel zwischen Quader und Würfel zu sehen ist.“ oder „Fertige einen Screenshot an, bei dem der Quader von der Kugel verdeckt ist.“ – dann wird zusätzlich die Komponente *Spatial Orientation* gefördert.

4. Fazit zu den Chancen, Problemen und unterrichtlichen Einsatzmöglichkeiten von AR-Apps

4.1. Förderung der Raumvorstellung

In Kapitel 1.1.1. wurden die Raumvorstellungsfaktoren nach Thurstone vorgestellt. Sie wurden in die Analysen der Apps mit einbezogen, indem untersucht wurde, welche App welche Raumvorstellungsfaktoren besonders fördert. Dabei lassen sich folgende Beobachtungen festhalten:

Mit dem Großteil der untersuchten Apps werden insbesondere die Komponenten S1 – Räumliche Beziehungen (*Spatial Relations*) und S3 – Räumliche Orientierung (*Spatial Orientation*) durch den Augmented-Reality-Einsatz unterstützt: Bei fast allen Apps ist vorgesehen, dass der Benutzer entweder die statischen geometrischen Körper dynamischen Vorgängen von außen (meist Drehungen) aussetzt oder aber sich selbst um die statischen geometrischen Körper herumbewegt.

Die Komponente S2 – Räumliche Veranschaulichung (*Visualization*) hingegen wird nur bei jenen Apps gefördert, die eine dynamische Veränderung der räumlichen Zusammenhänge zulassen. Dies ist konkret durch die folgenden Tätigkeiten möglich: 1. die Visualisierung des Faltprozesses vom Körpernetz hin zum Körper und zurück, 2. die Manipulation einzelner *Teile* der geometrischen Körper oder 3. die Veränderung der Anordnung *mehrerer* Körper. Während der Faltprozess in mehreren Apps visualisiert ist, ist die gezielte Veränderung der geometrischen Körper in kaum einer App möglich. In den meisten Fällen können zudem nicht mehrere Körper zeitgleich im Raum platziert werden, daher ist auch die Veränderung ihrer Anordnung kaum durchführbar. Eine Ausnahme bilden nur die Apps *ShAPPes* und *Shapes Create*.

4.2. Mehrwert von AR-Apps im Gegensatz zu traditionellen Medien und VR-Apps

Wie in Kapitel 1.1.2. erläutert, ist der Umgang mit physischem Material unverzichtbar für den Erwerb und die Entwicklung räumlichen Vorstellungsvermögens; ebenso wie die Versprachlichung von Handlungserfahrungen und Entdeckungen. Zudem kann das Potenzial der hier untersuchten Apps nur dann vollständig ausgeschöpft werden, wenn diese digitalen Medien sinnvoll mit physischen Objekten kombiniert werden. Es müssen im Unterricht daher zunächst Handlungserfahrungen mit konkreten Materialien ermöglicht und ein inhaltliches und begriffliches Grundverständnis für geometrische Körper gesichert werden, bevor die AR-Apps überhaupt sinnvoll eingesetzt werden können. Darüber hinaus muss stets auch ein verbaler Austausch über die Tätigkeiten und Beobachtungen in den Apps erfolgen.

Selbstverständlich ist im Hinblick auf die sich wandelnde Lebens- und Berufswelt eine gute Medienbildung bereits in der Kindheit sinnvoll und notwendig. Doch gerade in der Grundschule sollten digitale Medien im Mathematikunterricht nicht ausschließlich um ihrer selbst willen eingesetzt werden, sondern einen wirklichen Mehrwert zu herkömmlichen Medien bieten. Auch soll an dieser Stelle der Wert von Zeit- und Materialersparnis sowie von Motivation und Faszination der SuS nicht geschmälert werden. Soll der Mehrwert von AR-Anwendungen aber fachlicher Art sein, so müssen die Möglichkeiten der App über die Möglichkeiten des Umgangs mit physischem Material hinausgehen. Leider ist dies bei vielen Apps nicht der Fall, wie man schnell feststellt, wenn man mit den von Ladel dargelegten Vorteilen digitaler Medien (vgl. Kapitel 1.1.4.) abgleicht:

Die *leichte Veränderbarkeit* ist bei einigen Apps gegeben (beispielsweise bei *Shapes* und *CleverBooks Geometry*), sodass die Aufmerksamkeit der SuS zielgerichtet auf verschiedene Aspekte gelenkt werden kann. Auch ein Fokus auf die Entwicklung der *mathematischen Kompetenzen* der SuS statt auf die feinmotorischen Problematiken ist selbstverständlich möglich.

Im Hinblick auf *Dynamik und Interaktivität* bieten die meisten AR-Apps nicht viele Möglichkeiten: Häufig werden die Körper ausschließlich als virtuelle Vollmodelle im realen Raum platziert und können nicht verändert oder aufgefaltet werden (beispielsweise bei *ShAPPes*, *Geometry AR* oder *Augmented Polyhedrons*). Eine solche App trägt zur Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens nicht mehr bei als reale Vollmodelle. Eine *Verdeutlichung mathematischer Ideen und Prozesse* findet hier ebenfalls nicht statt.

Sofortiges Feedback über die Handlungen der SuS ist ein weiterer Vorteil digitaler Medien. Dieser wird jedoch in den untersuchten Apps praktisch nicht genutzt, da es keine Aufgabenstellungen für die SuS gibt und sie somit auch nichts richtig oder falsch machen können.

Ein weiterer von Ladel genannter Aspekt ist die *Ermutigung zu und Erleichterung von vollständigen und präzisen Erklärungen*. Dies würde nur durch eine leichte Veränderbarkeit der Körper und ihrer Darstellungsweise ermöglicht, die allerdings in den meisten Apps nicht umsetzbar ist. Es hängt letztendlich von der Lehrkraft ab, wie gut sie die Apps bei ihren eigenen Erklärungen einsetzt und wie häufig und korrekt die SuS ihre Entdeckungen und ihr Wissen tatsächlich verbalisieren. Der Einsatz von AR-Technik hat an dieser Stelle wenig Mehrwert.

Eine *Unterstützung mentaler Tätigkeiten* findet dann statt, wenn die SuS beispielsweise Faltprozesse beliebig oft ansehen und nachvollziehen können. In diesem Falle bietet AR tatsächlich einen Vorteil gegenüber physischem Material oder auch VR. Gerade SuS mit Schwierigkeiten beim räumlichen Vorstellungsvermögen können dargestellte Prozesse besser nachvollziehen, wenn sie die reale Umwelt ebenfalls wahrnehmen und das Modell somit echter und „greifbarer“ für sie wirkt. Für diese SuS könnte sich auch eine *Interaktivität* mit Markern oder dem Merge Cube sehr positiv auswirken,

da sie nicht über den Touchscreen indirekt mit den dargestellten Körpern agieren müssen, sondern den Körper im realen Raum bewegen können.

Apps, die Informationen zu den Körpern in Textform bereitstellen, bieten die Chance, dass die SuS sich das Wissen nicht getrennt von den tatsächlichen Körpern aneignen. Ein reines Auswendiglernen der Merkmale von Körpern führt nur zu tragem Wissen, dass die SuS möglicherweise ohne jegliches geometrische Verständnis wiedergeben können. Eine klassische Bereitstellung auf Papier unterstützt den Wissenserwerb nur durch zweidimensionale Abbildungen oder – wenn die Lehrkraft dies ermöglicht – eine zeitgleiche Untersuchung des physischen Materials. Dies ist jedoch aufwendig und fordert viel Gedächtniskapazität, da die Informationen nicht örtlich miteinander verknüpft sind. Bei Apps, die die Merkmale von Körpern in Informationsfeldern auflisten und den betreffenden Körper zugleich in AR sichtbar anzeigen, können die SuS die gelesenen Fakten direkt am Objekt überprüfen (beispielsweise die Anzahl der Kanten oder die Form der Grundfläche).

Der Mehrwert der untersuchten Apps im Vergleich zu traditionellen Medien liegt also vor allem in der leichten Veränderbarkeit der geometrischen Körper sowie einer Unterstützung der mentalen Tätigkeiten. Speziell AR-Anwendungen bieten im Vergleich zu VR-Anwendungen vermutlich nur den leistungsschwächeren SuS einen Vorteil, da diese die dargestellten Prozesse dann besser nachvollziehen können. Da der Großteil der analysierten Apps jedoch keine Veränderung der dargestellten Körper ermöglicht, ist ihr Mehrwert im Vergleich zu traditionellen Medien und VR-Anwendungen sehr gering. Grund dafür könnte die im Folgenden beschriebenen problematischen Konzeptionen der Apps sein.

4.3. Konzeptionen der AR-Apps

In Kapitel 1.2. wurden die empirischen Befunde zum Einsatz von AR-Anwendungen im Unterricht im Allgemeinen und im Mathematikunterricht im Speziellen erläutert. Bereits hier wurde festgestellt, dass zum einen die Datenlage sehr dürrig ist und sich die Autoren zum anderen in ihren Studien stark auf motivationsbezogene Aspekte statt auf kognitive und fachmathematikspezifische Effekte fokussieren.

Analog hierzu scheinen sich auch die Entwickler der Apps häufig mehr auf das Entertainment der SuS als um die angemessene Vermittlung fachmathematischer Inhalte zu konzentrieren. Die Faszination und Motivation der SuS sowie ein spielerischer Umgang mit den Inhalten scheint wichtiger zu sein, als dass die Nutzung der App tatsächlich das Verständnis für Geometrie und insbesondere das räumliche Vorstellungsvermögen unterstützt und weiterentwickelt. Aus dieser Konzeption heraus ergibt sich auch die Problematik, dass viele der analysierten AR-Anwendungen praktisch keinen fachlichen Mehrwert im Gegensatz zu physischem Material aufweisen.

Bei der Analyse der Apps wurden diese auch hinsichtlich ihrer Eignung für die Grundschule bewertet. Diese Bewertung ermöglicht eine Einschätzung, ob sich die App für die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Grundschüler*innen eignet und ob sie überhaupt einen Mehrwert gegenüber physischem Material hat. Es wurde nur eine einzige App als *gut geeignet* für die Grundschule empfunden, fünf⁴ wurden als *mäßig geeignet* und die übrigen zehn als *ungeeignet* für die Grundschule kategorisiert. Die als *ungeeignet* bzw. *mäßig geeignet* eingeschätzten Apps können dennoch sehr gut dazu geeignet sein, die Motivation und Faszination der SuS unterstützen, oder den Geometrieunterricht in den weiterführenden Schulen bereichern. Im Hinblick auf fachlich förderliche Apps für den Geometrieunterricht in der Grundschule zeichnet sich aber ein deutlicher Entwicklungsbedarf ab.

Außerdem wurde sowohl im *Play Store* als auch im *App Store* eine starke Fluktuation bei den verfügbaren AR-Apps festgestellt. Zwei der von der Autorin als ungeeignet kategorisierten Apps waren bereits zum Ende der Bearbeitungszeit der vorliegenden Arbeit nicht mehr verfügbar, während einige neue Apps hinzugekommen sind. Diese Arbeit bietet daher nur eine Momentaufnahme. Dennoch kann diese Momentaufnahme als Anhaltspunkt für Lehrkräfte dienen, gezielt nach guten Apps für das räumliche Vorstellungsvermögen zu suchen. Die als geeignet bzw. mäßig geeignet bewerteten Apps sind zum Ende der Arbeit alle noch im *App Store* bzw. *Play Store* verfügbar.

4.4. Die Rolle der Lehrkraft und konkrete Vorschläge zum Einsatz im Klassenraum

Wie bereits in den App-Analysen erörtert, hängt die Entwicklung und Förderung der verschiedenen Raumvorstellungsfaktoren und die Möglichkeit zu Entdeckungen der SuS auch immer von dem Unterrichtsarrangement und den Aufgabenstellungen der Lehrkraft sowie von ihren Vorbildhandlungen ab.

Setzt die Lehrkraft selbst die Apps im Unterricht ein, kann dies eine nützliche Bereicherung für den Geometrieunterricht sein: Sie kann die Aufmerksamkeit der SuS gezielt auf bestimmte Aspekte lenken und ihre Erklärungen gut visualisieren und dadurch für die SuS verständlicher machen. Dadurch wird viel Zeit- und Materialaufwand im Gegensatz zum Umgang mit konkretem Material gespart und die Lehrkraft hat die Möglichkeit, rasch zwischen verschiedenen Darstellungsformen hin und her zu wechseln. Darüber hinaus können gemeinsame Beobachtungen und Untersuchungen im Plenum gemacht und verbalisiert werden. Auch hier zeigt sich wieder die tragende Rolle der

⁴ wenn man *ARETEGeometry*, *Geometry* und *ARC Geometry* analog zur gemeinsamen Analyse als eine App zählt

Lehrkraft, die zu Formulierungen ermutigen muss und auf inhaltlich korrekte Aussagen sowie die Verwendung von Fachbegriffen achten sollte.

Konkrete Vorschläge für einen solchen Einsatz der Apps durch die Lehrkraft werden im Folgenden aufgezählt:

Die gemeinsame Betrachtung geometrischer Körper und insbesondere seiner einzelnen Seitenflächen in einer App bietet gegenüber realen Körpern den Vorteil, dass alle Beteiligten genau die gleiche Perspektive haben. So kann die Beschäftigung mit den wichtigsten geometrischen Körpern bereits im frühen Geometrieunterricht durch den Einsatz von Apps bereichert werden.

Im späteren Geometrieunterricht könnten auch komplexere geometrische Körper gemeinsam untersucht werden. Beispielsweise könnten die SuS herausfinden, welche Merkmale die platonischen Körper vereinen.

Auch kopfgeometrische Aufgaben könnten gestellt werden und die App als Hilfsmittel in der Fragestellungs- und in der Ergebnisphase fungieren. Konkret könnte die Lehrkraft beispielsweise ein Körpernetz einfärben und anschließend fragen, ob sich gleichfarbige Flächen o.ä. berühren bzw. welche Flächen sich später gegenüberliegen. Die SuS müssen sich den Faltprozess vorstellen und eine Vermutung anstellen. Zur Überprüfung kann das Körpernetz dann mithilfe des Schiebereglers gefaltet werden.

Analog dazu könnte eine Ecke im Körpernetz eingefärbt werden und die übrigen Ecken, die nach dem Faltvorgang auf dieser zum Liegen kommen, sollen ausfindig gemacht werden. Auch hier kann das kopfgeometrisch ermittelte Ergebnis durch das virtuelle Falten überprüft werden.

Ein weiteres Beispiel wären gedankliche Manipulationen der Körper wie beispielsweise die Frage, was man an einem Quader verändern müsste, damit es ein Würfel wird. Um das Hierarchieverständnis zu fördern, könnte anschließend gefragt werden, ob es sich dann trotzdem noch um einen Quader handelt.

Die bisher beispielhaft aufgelisteten konkreten Vorschläge zum unterrichtlichen Einsatz sind jedoch alle auch mit reinen VR-Apps denkbar.

Sollen die SuS selbstständig mit der App Aufgabenstellungen bearbeiten, ist ein sicherer Umgang mit dieser sinnvoll, um zielführend Aufgaben zu bearbeiten. Die Autorin erachtet ein eigenverantwortliches Arbeiten des SuS mit den Apps frühestens ab der 3. Klasse als angemessen. Zudem sollte die Lehrkraft jederzeit einen guten Überblick über den Umgang der SuS mit der App haben, damit diese nicht in zielloses „Herumspielen“ verfallen, sondern gezielt Entdeckungen machen. Daher sollten sie Begeisterung und Motivation seitens der Lehrkraft als Vorbild haben, sowie gut begleitet werden und sinnvolle Aufgabenstellungen erhalten.

In Eigenarbeit könnten die SuS die Körper zunächst untersuchen, indem sie die Darstellungsoptionen erkunden, die Körper drehen und von allen Seiten betrachten. Sie könnten auch mehrere Körper in bestimmter Anordnung im Raum platzieren und diese dann erkunden und um die virtuellen Körper im realen Raum herumlaufen. So würden die Komponenten *Spatial Relations* und *Spatial Orientation* gefördert. Eine konkrete Aufgabenstellung hierzu wäre, dass sich die SuS überlegen sollen, wie ein bestimmter Körper von hinten, von rechts und von links aussieht, und ihre Vermutungen anschließend durch ein Herumgehen um das Objekt überprüfen.

Außerdem könnten sie die Aufgabe bekommen, Körpernetze nach bestimmten Kriterien einzufärben – beispielsweise so, dass sich später keine gleichfarbigen Flächen berühren oder dass gleichfarbige Flächen einander gegenüber liegen. Durch die Durchführung des Faltvorgangs in der App können sie ihre Ergebnisse kontrollieren. Dadurch wird zum einen die Komponente *Visualization* gefördert und zum anderen eine kopfgeometrische Aufgabe mit Unterstützung in der Fragestellungs- und Ergebnisphase realisiert.

Eine weitere Möglichkeit wäre, ihnen konkrete Aufgabenstellungen zur Anordnung mehrerer Körper zu geben – beispielsweise den Oktaeder genau zwischen Dreieckpyramide und Kugel zu platzieren oder den Würfel unter die Viereckpyramide zu bewegen und rechts daneben einen Zylinder zu stellen. Auch hier wird eine dynamische Veränderung der Anordnung vorgenommen und die *Visualization* gefördert. Um auch die anderen beiden Komponenten mit einzubeziehen, könnte nach Erstellung einer solchen Anordnung die Frage gestellt werden, wie die Anordnung aus einer anderen Perspektive (von rechts, von links, von oben, von hinten) aussähe. Anschließend kann durch Herumgehen um die Körper die Antwort überprüft werden. Auch hier liegt dann eine kopfgeometrische Aufgabe mit Unterstützung in der Fragestellungs- und Ergebnisphase vor.

Sehr gut genutzt werden kann der AR-Modus beim Suchen von geometrischen Körpern in der realen Umwelt: Mithilfe der App können die SuS die entsprechenden virtuellen Körper „neben“ das reale Objekt aus der Umwelt stellen und Screenshots anfertigen, die später in der Klasse präsentiert werden. Dies fördert das Abstraktionsvermögen der SuS und das Erkennen von geometrischen Körpern in der Umwelt.

Wird die App in der Klassensituation verwendet, sollte die Lehrkraft unbedingt eine Kontrolle der Schülerergebnisse ermöglichen. Darüber hinaus sollten Präsentationen der Schülerergebnisse und regelmäßige gemeinsame Gespräche über die untersuchten Körper stattfinden, da ein Verbalisieren der Eindrücke und Erkenntnisse für den Lernprozess der SuS sehr wichtig ist.

Wie bereits erwähnt, kann der Einsatz der Apps den Umgang mit physischem Material nicht vollständig ersetzen, sondern dient zur Erweiterung der unterrichtlichen Möglichkeiten.

4.5. Verbesserungsvorschläge und Ausblick

Im Folgenden werden einige Maßnahmen zur Verbesserung der Apps vorgeschlagen, um ihren Nutzen zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens zu erhöhen.

Sinnvoll wäre, dass jede App die Möglichkeit bietet, mehrere Körper gleichzeitig darzustellen. Somit können die Körper direkt miteinander verglichen werden. Können diese Körper durch den Nutzer gezielt im Raum platziert und ihr Standort aktiv variiert werden, wird die Förderung der Raumvorstellung noch weiter unterstützt.

Die geometrischen Körper sollten außerdem nicht nur in Form von prototypischen Repräsentanten dargestellt werden. Die Apps sollten auch untypische Repräsentanten darstellen oder eine Manipulation der Körperverhältnisse wie ein Verschieben einzelner Punkte oder die Verlängerung oder Verkürzung einzelner Strecken und somit eine Veränderung der Verhältnisse innerhalb eines Körpers ermöglichen. Beispielsweise sollten Höhe, Breite und Länge eines Quaders veränderbar sein, sodass in der Realität auch eine Tischplatte oder eine Holzlatte als Quader erkannt werden. Eine Beschränkung auf die prototypischen Repräsentanten mag zwar im Sinne einer didaktischen Reduktion in der Grundschule möglicherweise sinnvoll und beabsichtigt sein, birgt aber die Gefahr von fehlerhaften Begriffseinengungen und hat insbesondere keinen Mehrwert im Gegensatz zu traditionellen Medien.

Außerdem sollte in einer nützlichen App der Zusammenhang zwischen Körpern und ihren Körpernetzen bzw. den darin enthaltenen zweidimensionalen Flächen verdeutlicht werden. Hierzu muss sie beide Anzeigeoptionen bieten und auch den Faltvorgang visualisieren – am besten mit veränderbarer Geschwindigkeit und der Möglichkeit, den Vorgang „einzufrieren“. Die Apps sollten sich außerdem nicht nur auf das „prototypische“ Netz beschränken, damit die SuS erkennen können, dass die Flächen auf unterschiedliche Weisen angeordnet sein können.

Damit die Apps einen Mehrwert gegenüber dem physischen Material bieten, sollten die Darstellungsweisen der Körper stets veränderbar sein. Statt ausschließlich Vollmodelle einzublenden, sollte es immer möglich sein, auch in eine Darstellung als Flächenmodell (d.h. eine transparente Darstellung der Seitenflächen) und als Kantenmodell (d.h. eine Ausblendung der Flächen) zu wechseln.

Um die Apps für den Geometrieunterricht – mit oder ohne AR – weiterzuentwickeln und ihre Potenziale voll auszuschöpfen, muss die Forschung sich zukünftig mehr auf die kognitiven Potenziale konzentrieren von Apps statt vorwiegend die Motivation und Lernfreude der SuS in den Blick zu nehmen. An diesen Forschungsergebnissen sollten sich anschließend die Entwickler der Apps orientieren und mehr Möglichkeiten zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens bieten.

4.6. Schlusswort

In der vorliegenden Arbeit wurden zunächst der fachmathematische und fachdidaktische Hintergrund zum Geometrieunterricht in der Grundschule und zum räumlichen Vorstellungsvermögen erläutert und somit eine Basis für die Analyse der Apps geschaffen.

Anschließend wurden anhand von Studien die Vor- und Nachteile beim Einsatz von AR-Anwendungen in der Grundschule dargelegt. Bereits hier war festzustellen, dass beim Einsatz und auch bei der Konzeption digitaler Medien häufig die Motivation, die Begeisterung und das Entertainment der SuS im Fokus stehen. Dabei gerät das Potenzial der Apps für einen kognitiven und fachmathematischen Kompetenzzuwachs der SuS in den Hintergrund. Es ist zu bedenken, dass sich die motivationsbezogenen Effekte beim Einsatz digitaler Medien mit der Zeit abnutzen werden und die SuS langfristig stärker von fachlich wertvollen Medien profitieren.

Als Grundlage für eine systematische Analyse der Apps wurde zunächst der ACAT-Review-Guide von Etzold, Kortenkamp und Ladel vorgestellt und die Vorgehensweise beim Recherchevorgang dargelegt. Danach wurden 18 Apps ausführlich nach dem ACAT-Review-Guide analysiert und jeweils Überlegungen zum konkreten Einsatz im Unterricht angestellt sowie das Potenzial zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens ausgeleuchtet. Hier wurde festgestellt, dass der Großteil der AR-Apps die zahlreichen Möglichkeiten digitaler Medien zur Verdeutlichung mathematischer Ideen und Prozesse, zur Visualisierung und Unterstützung mentaler Tätigkeiten und zur Interaktivität ungenutzt lassen. Stattdessen scheinen sich viele Entwickler der Apps – ebenso wie die Autoren der oben genannten Studien – mit dem „Wow-Effekt“ der AR-Darstellung für die SuS zu begnügen und dabei die Förderung geometrischer Kompetenzen aus den Augen verlieren.

Es lässt sich abschließend festhalten, dass AR-Apps sich sehr gut eignen, Faszination bei den SuS zu wecken und ihre Motivation für eine Beschäftigung mit geometrischen Körpern zu stärken. Allerdings nutzt sich dieser „Reiz des Neuen“ rasch ab, sodass die SuS langfristig stärker von fachmathematisch und fachdidaktisch gut durchdachten Apps profitieren, die geometrische Kompetenzen gezielt fördern. Eine solche Förderung, insbesondere zur Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens, leistet der Großteil der verfügbaren Apps derzeit leider noch nicht. Zudem scheinen die Potenziale von AR-Anwendungen die Potenziale von VR-Anwendungen nicht zu übersteigen.

Quellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

Azuma, R. T. (1997): A Survey of Augmented Reality. In: Presence: Teleoperators and Virtual Environments. Bd. 6, Nr. 4 (S.355–385).

Bhosale, S.; Patil, R. B.; Karjulkar, J. (2021): Augmented Reality. In: Contemporary Research in India: Special issue: April 2021 (S. 57-62).

Cahyono, B.; Firdaus, M. B.; Budiman, E.; Wati, M. (2018): Augmented Reality Applied to Geometry Education. Conference Paper der 2nd East Indonesia Conference on Computer and Information Technology (EIConCIT) 2018 (S. 299-303).

Etzold, H.; Kortenkamp, U.; Ladel, S. (2018): ACAT-Review-Guide – Ein tätigkeitstheoretischer Blick auf die Beurteilung von Mathematik-Apps. In: Etzold, H.; Kortenkamp, U.; Ladel, S.: Mathematik mit digitalen Medien - konkret. Ein Handbuch für Lehrpersonen der Primarstufe., Bd. 4. Münster: WTM-Verlag (S. 91-98).

Franke, M.; Reinhold, S. (2016): Didaktik der Geometrie in der Grundschule, 3. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer Spektrum.

Godoy Jr., C. H. (2020): Augmented Reality for Education: A Review. International Journal of Innovative Science and Research Technology, Volume 5 Issue 6 June 2020 (S. 39-45).

Grassmann, M.; Eichler, K.-P.; Mirwald, E.; Nitsch, B. (2010): Mathematikunterricht. Kompetent im Unterricht der Grundschule. Band 5. Hohengehren: Schneider (S. 93-160).

Herzig, B.; Martin, A. (2018): Lehrerbildung in der digitalen Welt. Konzeptionelle und empirische Aspekte. In: Ladel, S.; Knopf, J.; Weinberger, A. (Hrsg.): Digitalisierung und Bildung. Wiesbaden: Springer VS (S. 89-113).

Khan, A.; Muhammad, K.; Khan, N.; Lee, M.-Y.; Imran, A.S.; Sajjad, M. (2021): School of the Future: A Comprehensive Study on the Effectiveness of Augmented Reality as a Tool for Primary School Children's Education. Appl. Sci. 2021, 11, 5277. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.3390/app11115277>.

Koong Lin, H.-C.; Chen, M.-C.; Chang, C.-K. (2013): Assessing the effectiveness of learning solid geometry by using an augmented reality-assisted learning system. In: Interactive Learning Environments, Volume 21., Australien: Taylor & Francis Online.

Krauthausen, G.; Scherer, P. (2007): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Spektrum (S. 53-76).

Ladel, S. (2018): Sinnvolle Kombination virtueller und physischer Materialien. In: Ladel, S.; Knopf, J.; Weinberger, A. (Hrsg.): Digitalisierung und Bildung. Wiesbaden: Springer VS (S. 3-22).

Ladel, S.; Knopf, J.; Weinberger, A. (2018): Vorwort der Herausgeber zum Thema „Digitalisierung und Bildung“. In: Ladel, S.; Knopf, J.; Weinberger, A. (Hrsg.): Digitalisierung und Bildung. Wiesbaden: Springer VS (S. VII-IX).

Ladel, S.; Kortenkamp, U. (2014): Tätigkeitsorientiert zu einem flexiblen Verständnis von Stellenwerten - Ein Ansatz aus Sicht der Artefact-Centric Activity Theory. In: Ladel, S.; Schreiber, C. (Hrsg.): *Von Audiopodcast bis Zahlensinn*. Reihe: Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe., Bd. 2. Münster: WTM-Verlag, 2014, S. 151-176.

Larkin, K.; Kortenkamp, U.; Ladel, S.; Etzold, H. (2019): Using the ACAT Framework to Evaluate the Design of Two Geometry Apps: an Exploratory Study. In: *Digital Experiences in Mathematics Education.*, Bd. 5, 1., Springer Nature (S. 59-92).

Liu, E.; Li, Y.; Cai, S.; Li, X. (2018): The Effect of Augmented Reality in Solid Geometry Class on Students' Learning Performance and Attitudes. In: Langmann, R.; Coppenrath, M.: *Smart Industry & Smart Education. Proceedings of the 15th International Conference on Remote Engineering and Virtual Instrumentation*. Basel: Springer International Publishing.

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (2016): Bildungsplan der Grundschule für das Fach Mathematik. Villingen-Schwenningen: Neckar-Verlag GmbH.

Radu, I. (2014): Augmented reality in education: a meta-review and cross-media analysis. *Pers Ubiquit Comput* 18, London: Springer-Verlag (S. 1533–1543). Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1007/s00779-013-0747-y>.

Rohlf, C. (2011): Bildungseinstellungen. Schule und formale Bildung aus der Perspektive von Schülerinnen und Schülern. Wiesbaden: Springer VS (S. 97-100).

Rossano, V.; Lanzilotti, R.; Cazzolla, A.; Roselli, T. (2020): Augmented Reality to Support Geometry Learning. In: *IEEE Access*, Juni 2020.

Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (KMK) (2004): Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. München Neuwied: Wolters Kluwer Deutschland GmbH.

Senftleben, H.-G. (1996): Erkundungen zur Kopfgeometrie (unter besonderer Beachtung der Einbeziehung kopfgeometrischer Aufgaben in den Mathematikunterricht der Grundschule). *JMD* 17, 49–72 (1996). Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1007/BF03339309>.

Statista Research Department (2022): Marktanteile der führenden Betriebssysteme an der Internetnutzung mit Tablets in Deutschland von September 2012 bis November 2021. Hamburg: Statista GmbH. <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/306850/umfrage/marktanteile-der-tablet-betriebssysteme-an-der-internetnutzung-in-deutschland/>.

Weigand, H.-G.; Filler, A.; Hölzl, R.; Kuntze, S.; Ludwig, M.; Roth, J.; Schmidt-Thieme, B.; Wittmann, G. (2014): *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. 2., verbesserte Auflage*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Verzeichnis der untersuchten Apps

AllMake: Geometria AR (Pro) (2020). Google: Play Store.

Arloon (2020): Arloon Geometry. Google: Play Store.

Chardine, M. (2020): Augmented Polyhedrons. Google: Play Store.

CleverBooks Limited (2020): ARC Geometry. Apple: AppStore.

CleverBooks Limited (2020): ARETEGEometry. Apple: AppStore.

CleverBooks Limited (2018): CleverBooks Geometry. Apple: AppStore.

GeoGebra GmbH (International GeoGebra Institute) (2018): GeoGebra AR

Helal, Z. M. (2019): 3D Shapes AR. Google: Play Store.

Learn, Teach, Explore Sp. Z o.o. (2019): Shapes 3D – Geometry Learning. Apple: AppStore.

Learn, Teach, Explore Sp. Z o.o. (2020): Shapes 3D – Geometry Drawing. Apple: AppStore.

Learn, Teach, Explore Sp. Z o.o. (2021): Shapes 3D – Create Geometry. Apple: AppStore.

Makhanbet, S.; Abildaeva, A. (2021): Geometry AR. Google: Play Store.

Spring Knowledge Global Joint Stock Company (2019): Geo-AR. Apple: AppStore.

Tuyakbayev, A. (2018): Platonic AR. Apple: AppStore.

Ubicolor Ltd. (2019): Augmented Reality App. Apple: AppStore.

Ventura Educational Systems (2021): Geometry AR. Apple: AppStore.

Ventura Educational Systems (2021): Geometry Portal. Apple: AppStore.

Vicente, J. C. M. (2020): ShAPPes – 3D shapes in AR. Apple: AppStore.



Erklärung

Name, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Studiengang: _____

Semester: _____

1. Prüfer/in: _____

2. Prüfer/in: _____

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß übernommenen Textstellen als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder Ähnlicher Form noch keine Prüfungsbehörde vorgelegen. Ebenfalls erkläre ich, dass ich noch keine Bachelor- oder Masterthesis in der gleichen oder einer vergleichbaren Studienrichtung endgültig nicht bestanden habe oder mich in einem laufenden Prüfungsverfahren befinde.

Die Versicherung gilt auch für beigefügte Zeichnungen, Skizzen oder graphische Darstellungen.

Dem ausgedruckten Text habe ich einen Datenträger mit der digitalisierten Version der Arbeit beigefügt.

Durch meine Unterschrift bestätige ich, dass die Datenschutzverordnung (EU-DSGVO) vom 27.04.2016 – insbesondere bei personenbezogenen Daten – in der vorliegenden Arbeit enthalten wurde.

Ort, Datum



Unterschrift