

Algorithmen im Mathematikunterricht

Zahlen miteinander vergleichen und der Reihenfolge nach ordnen

Autorin

Prof. Dr. Silke Ladel, Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd

Für Anregungen bei der Erstellung des Materials geht der Dank an

Dr. Elke Binner, Universität Potsdam

Inhalt

1. Allgemeines	3
2. Didaktische Informationen	4
2.1 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	4
2.2 Prozessbezogene mathematische Kompetenzen	4
2.3 Informatische Kompetenzen.....	4
3. Verschiedene Möglichkeiten Zahlen miteinander zu vergleichen.....	5
Stellenwertverständnis	5
4. Zahlen miteinander vergleichen im Spiralcurriculum.....	6
5. Algorithmus.....	7

1. Allgemeines

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler können...

- zwei Zahlen miteinander vergleichen, z.B.
Welche Zahl ist größer? 3 oder 5? Begründe deine Entscheidung!
- mehrere Zahlen miteinander vergleichen und der Reihenfolge nach ordnen, z.B.
Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach! Beginne mit der kleinsten Zahl. Beschreibe, wie du vorgehst.
- den Algorithmus zum Vergleichen von Zahlen beschreiben und darstellen, z.B.
Das Vergleichen von Zahlen soll eine Maschine übernehmen. Beschreibe zunächst wie du beim Vergleichen von Zahlen vorgehst. Finde nun dafür eine Darstellung, die die Handlungen veranschaulicht, die die Maschine übernehmen muss.

Klassenstufe:

ab Kl. 1

Benötigtes Material

- Zahlenkärtchen
- Ziffernkärtchen
- Stellenwerttafel

Benötigtes Vorwissen

- Ordinales Zahlkonzept
- Kardinales Zahlkonzept, Teil-Ganze-Konzept
- Stellenwertverständnis

2. Didaktische Informationen

2.1 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Zahlen und Operationen: ¹

Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen

- sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z.B. Zahlen der Größe nach ordnen)

2.2 Prozessbezogene mathematische Kompetenzen

Problemlösen: ²

- mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden,
- Lösungsstrategien entwickeln und nutzen
- Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

2.3 Informatische Kompetenzen

Algorithmen: ³

Ende Klasse 2	Ende Klasse 4
<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Algorithmen in ihrer Lebenswelt aus • verwenden algorithmische Grundbausteine • beschreiben Algorithmen alltagssprachlich 	<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • entwerfen, realisieren und testen Algorithmen mit den algorithmischen Grundbausteinen Anweisung, Sequenz, Wiederholung und Verzweigung

¹ https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf

² https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf

³ https://dl.gi.de/bitstream/handle/20.500.12116/20121/61-GI-Empfehlung_Kompetenzen_informatische_Bildung_Primarbereich.pdf?sequence=1&isAllowed=y

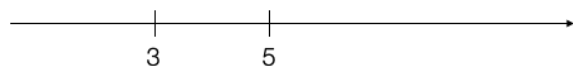
3. Verschiedene Möglichkeiten Zahlen miteinander zu vergleichen

Ordinales Zahlkonzept

Kinder können bereits sehr früh sagen, ob eine Zahl größer ist als eine andere Zahl oder nicht. Dazu reicht die Kenntnis der Zahlwortreihe aus, denn die Zahl, die beim Aufsagen der Zahlwortreihe als erstes kommt, ist kleiner.

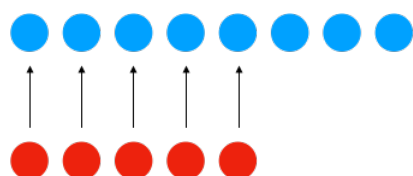
Z.B. 3 ist kleiner als 5, denn „eins, zwei, drei, vier, fünf“, die „drei“ kommt vor der „fünf“.

Dies kann auch am Zahlenstrahl gut veranschaulicht werden: Die 3 ist kleiner als die 5, weil sie links von ihr liegt.⁴



Eins-zu-Eins-Zuordnung

Auch können die Kinder über die Eins-zu-Eins-Zuordnung argumentieren. So sind z.B. 8 mehr als 5, denn wenn man 5 und 8 Dinge eins-zu-eins nebeneinander legt, dann bleiben bei den 8 Dingen welche übrig. Um diesen Vergleich anzustellen, muss die Zahlwortreihe nicht beherrscht werden.



Anzahl der Stellen

Haben die beiden zu vergleichenden Zahlen eine unterschiedliche Anzahl an Stellen, so können die Kinder hierüber begründen, dass eine Zahl größer/kleiner ist als eine andere.

Z.B. Max: „Die 16 ist größer als die 4, weil die 16 zwei Zahlen hat.“

Stellenwertverständnis

Haben zwei Zahlen die gleiche Anzahl an Stellen, so vergleichen die Kinder zunächst die Ziffern des höchsten Stellenwerts miteinander. Sind diese gleich groß (wie z.B. bei 18 und 15 jeweils 1 Zehner), so gehen sie zum nächsten Stellenwert (hier zu den Einern). Ist nun eine Ziffer größer, so ist die ganze Zahl größer (z.B. $18 > 15$, denn $8 > 5$, vgl. auch dekadische Analogie).

⁴ Das gilt in unserem Kulturkreis, in dem auch von links nach rechts geschrieben und gelesen wird.

4. Zahlen miteinander vergleichen im Spiralcurriculum

Vorschule / Kindergarten

Bereits bevor die Kinder in die Schule kommen können sie häufig über die Zahlwortreihe oder die Eins-zu-Eins-Zuordnung begründen, ob eine Zahl größer ist als eine andere oder nicht. Befindet man sich in größeren Zahlenräumen, so sind diese Wege sehr mühsam. So müsste z.B. bei den Zahlen 14 und 98 erst eine sehr lange Zahlwortreihe aufgesagt oder sehr viele Objekte gelegt werden.

KI. 1

Bereits in der ersten Klasse lernen die Kinder das Prinzip des Stellenwerts kennen und zwischen dem Stellenwert von Zehnern und Einern zu unterscheiden:

Zehner	Einer
1	2

Zehner	Einer
	8

Auch wenn $8 > 1$ und $8 > 2$, so wissen die Kinder doch, dass die Zehner einen größeren Wert haben, als die Einer, und dass $1Z > 8E$. Sie können also über die Anzahl der Stellen begründen, ob eine Zahl größer ist als eine andere oder nicht.

KI. 2

Im Zahlenraum bis 100 lernen die Kinder, dass bei gleicher Stellenzahl, die Ziffernwerte von links nach rechts Auskunft über die Größe der Zahl geben, z.B. $43 > 34$, weil $4Z > 3Z$.

Sollen nun mehrere Zahlen miteinander verglichen werden, so kann

- als erstes über die Anzahl an Stellen eine vorläufige Reihenfolge gebildet werden.
- Anschließend werden die Zahlen mit gleicher Stellenanzahl miteinander verglichen.

Ab KI. 3

Diese Vorgehensweise beim Vergleichen von Zahlen wird im Weiteren auf die erweiterten Zahlenräumen übertragen.

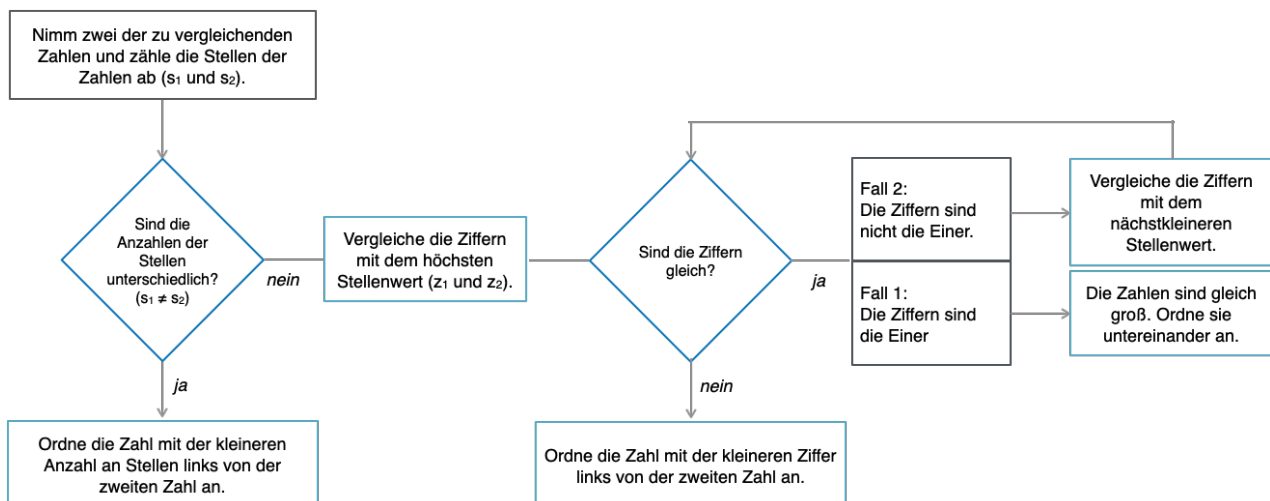
5. Algorithmus

Aufgabe einer Lehrperson ist es, den Kindern eine genaue Vorgehensweise / Handlungsanweisung zum Vergleichen von zwei Zahlen zu geben. Diese kann wie folgt aussehen:

1. Zähle die Stellen der Zahlen ab. Je weniger Stellen eine Zahl hat, umso kleiner ist sie.
2. Haben zwei Zahlen die gleiche Stellenzahl, so vergleiche die Ziffern mit dem höchsten Stellenwert. Die Zahl mit der kleineren Ziffer ist kleiner.
3. Sind die beiden Ziffern gleich groß, so wiederhole den Vergleich mit den beiden Ziffern des nächstkleineren Stellenwerts.
4. Wiederhole den Vergleich der Ziffern so lange, bis sich eine Ziffer unterscheidet. Ist dies nicht der Fall, so sind die beiden Zahlen gleich groß.

Die Kinder führen dann diesen Algorithmus aus. Auch können sie dazu aufgefordert werden selbst zu beschreiben, wie sie Zahlen miteinander vergleichen, und so den Algorithmus selbst formulieren.

In höheren Klassenstufen kann diese Handlungsanweisung in ein Flussdiagramm übersetzt werden. Eine mögliche Darstellung könnte wie folgt aussehen:



Der Vergleich zweier Zahlen kann im Weiteren auf mehrere Zahlen ausgeweitet und der Algorithmus entsprechend angepasst werden.